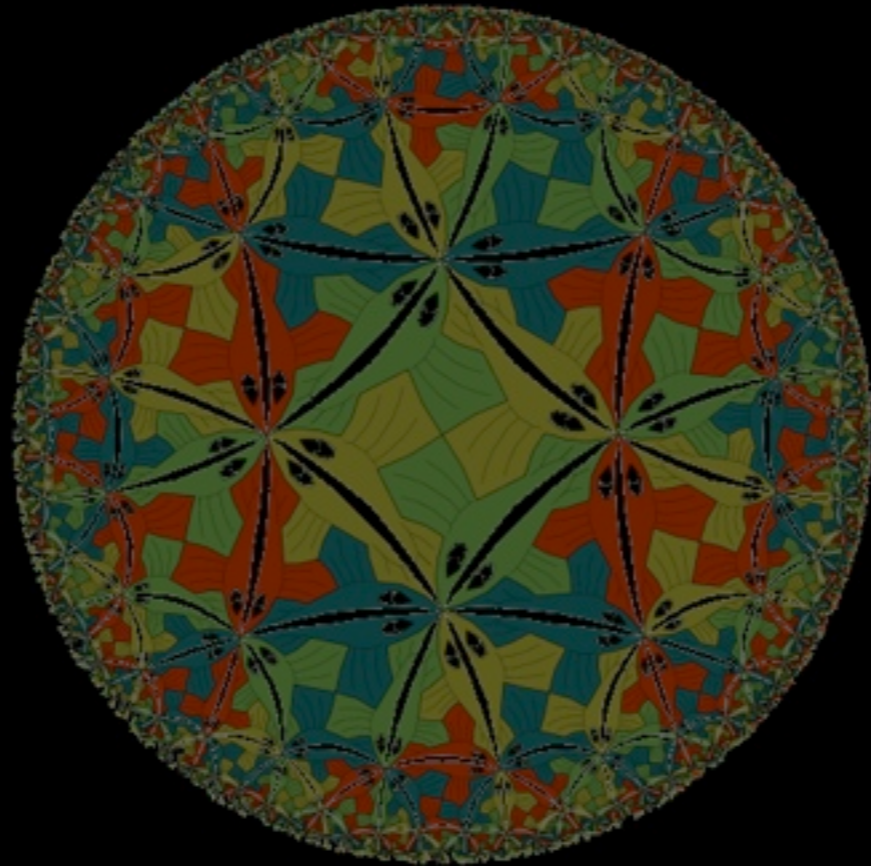


Les Algorithmes et la Récursivité



Sergio Rajsbaum
Instituto de Matemáticas
UNAM

Introduction



Computadora Pegasus 1956

Introduction

- L'informatique est née au début du XXème siècle à peine



Computadora Pegasus 1956

Introduction

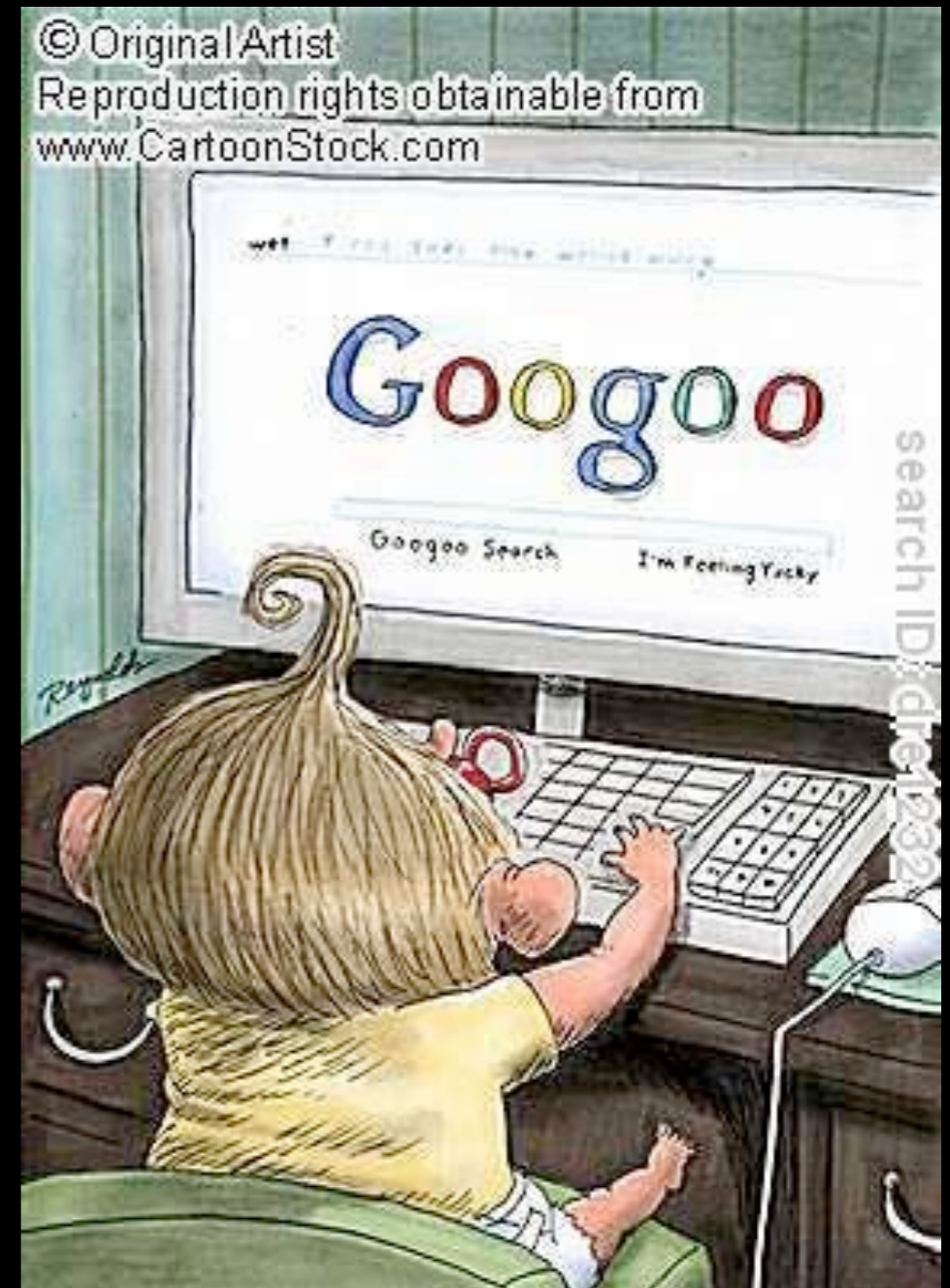
- L'informatique est née au début du XXème siècle à peine
- l'informatique est cependant déjà présente dans presque tous les aspects de notre vie



Computadora Pegasus 1956

Introduction

- L'informatique est née au début du XXème siècle à peine
- l'informatique est cependant déjà présente dans presque tous les aspects de notre vie



Mais ...

Mais ...

- L'objet d'étude de l'informatique ne se réduit pas aux ordinateurs !

Mais ...

- L'objet d'étude de l'informatique ne se réduit pas aux ordinateurs !
- De la même façon que l'objet d'étude des astronomes ne se réduit pas aux télescopes, ni celui des docteurs aux bistouris

Imagine



Imagine

- L'informatique concerne la création de modèles appropriés pour raisonner sur un problème, et



Imagine

- L'informatique concerne la création de modèles appropriés pour raisonner sur un problème, et
- la conception de méthodes pour les résoudre



Algorithme

C'est une spécification précise et sans ambiguïtés d'une séquence de pas qu'il est possible d'exécuter mécaniquement pour résoudre un problème

Algorithme

C'est une spécification précise et sans ambiguïtés d'une séquence de pas qu'il est possible d'exécuter mécaniquement pour résoudre un problème

Algorithme

C'est une spécification précise et sans ambiguïtés d'une séquence de pas qu'il est possible d'exécuter mécaniquement pour résoudre un problème

Algorithme

C'est une spécification précise et sans ambiguïtés d'une séquence de pas qu'il est possible d'exécuter mécaniquement pour résoudre un problème

Un algorithme c'est...

Un algorithme c'est...

- Une recette de cuisine,
qu'il est possible
d'exécuter avec
précision, et

Un algorithme c'est...

- Une recette de cuisine, qu'il est possible d'exécuter avec précision, et
- pour tout nombre de gâteaux (quelque soit la taille du problème)



Tours de Hanoï

Tours de Hanoï

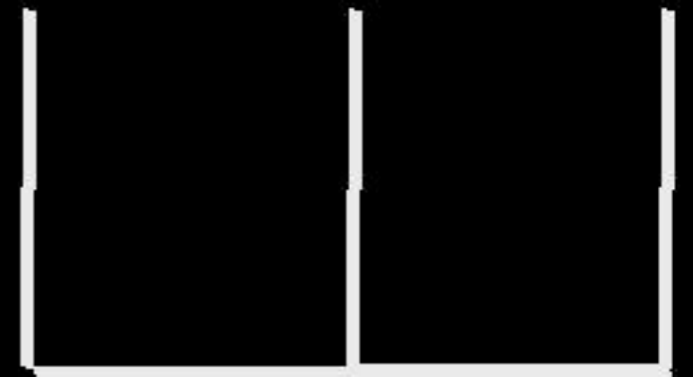
La légende

*Dans le grand temple de
Bénarès, au-dessous du dôme
qui marque le centre du
monde, plantées dans une dalle
d'airain ...*

Dans le grand temple de Bénarès, au-dessous du dôme qui marque le centre du monde, plantées dans une dalle d'airain ...



*... il y a trois aiguilles de
diamant, hautes d'une coudée
et grosses comme le corps
d'une abeille*



Sur une de ces aiguilles, Dieu enfile au commencement des siècles, 64 disques d'or pur, le plus large reposant sur l'airain, et les autres, de plus en plus étroits, superposés jusqu'au sommet.



C'est la tour sacrée du Brahmâ



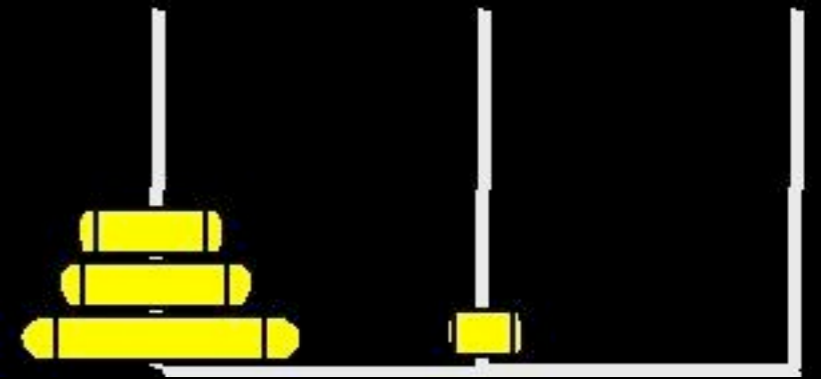
Nuit et jour, les prêtres se succèdent sur les marches de l'autel, occupés à transporter la tour de la première aiguille sur la troisième, sans s'écarter des règles spécifiques imposées par Brahma:



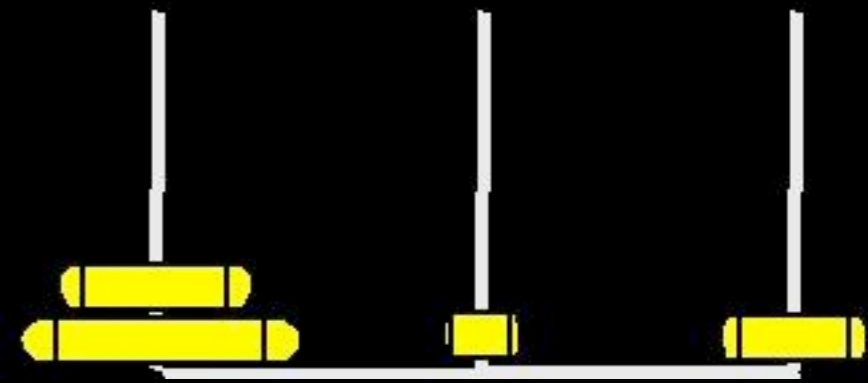
- *on ne peut déplacer plus d'un disque à la fois*



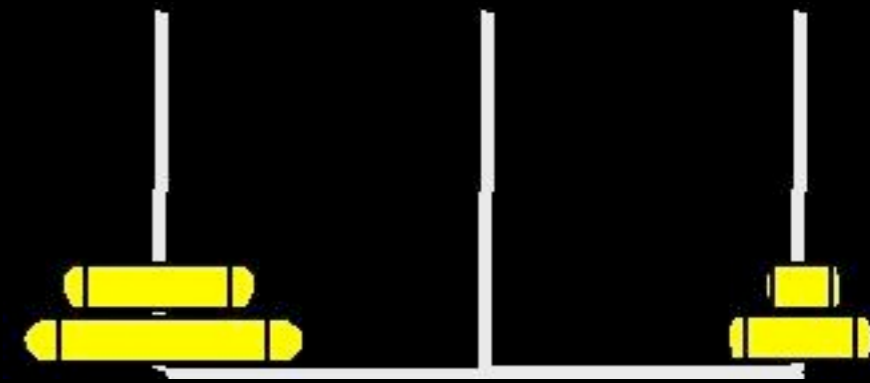
- *on ne peut déplacer plus d'un disque à la fois*



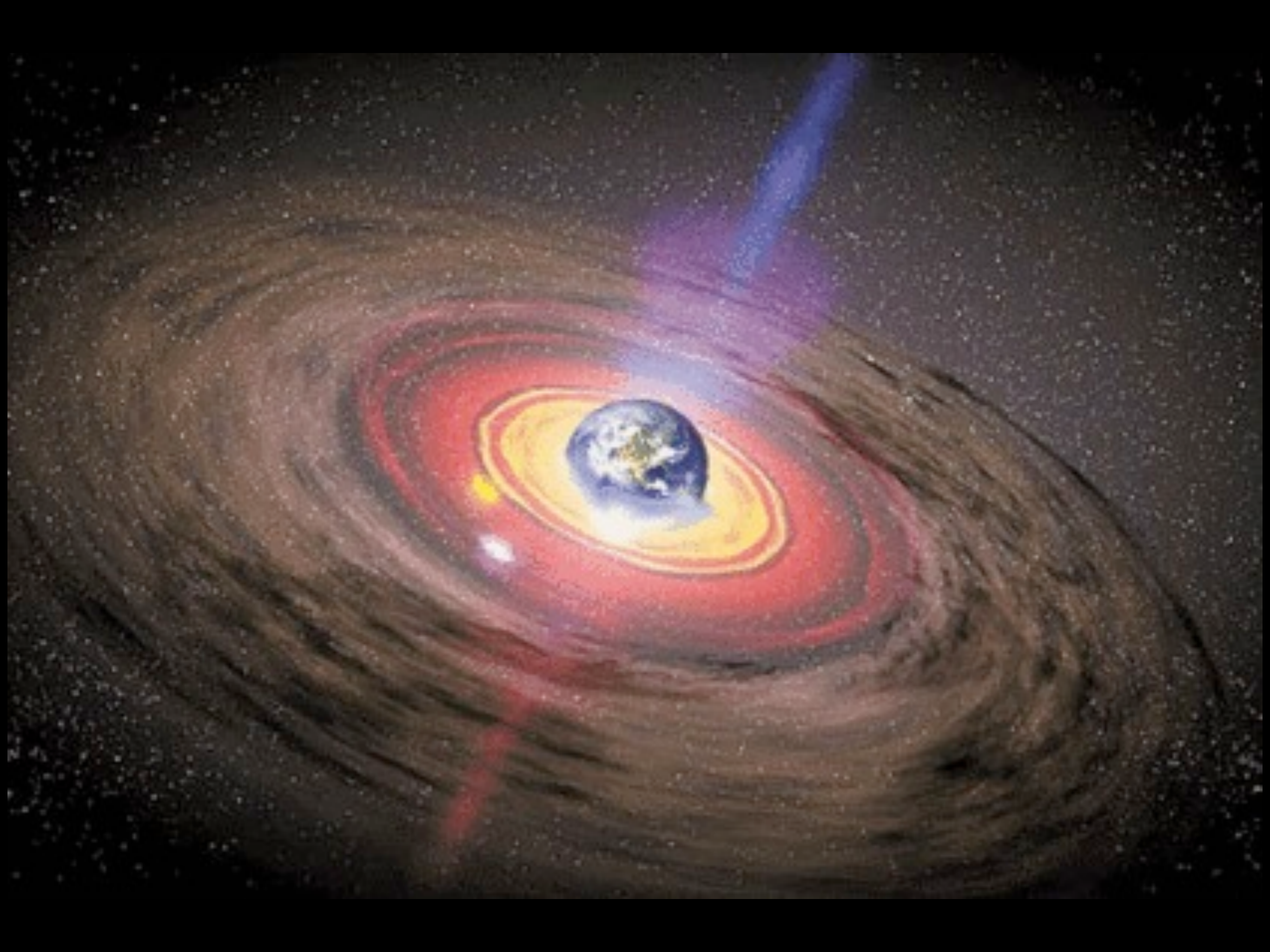
- *on ne peut placer un disque que sur un autre disque plus grand que lui ou sur un emplacement vide*



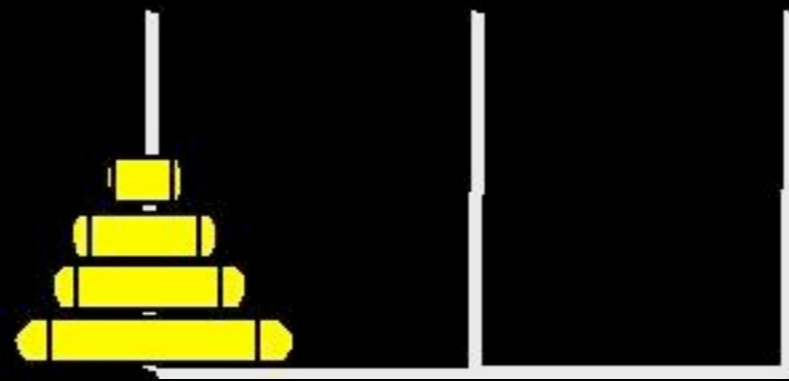
- *on ne peut placer un disque que sur un autre disque plus grand que lui ou sur un emplacement vide*



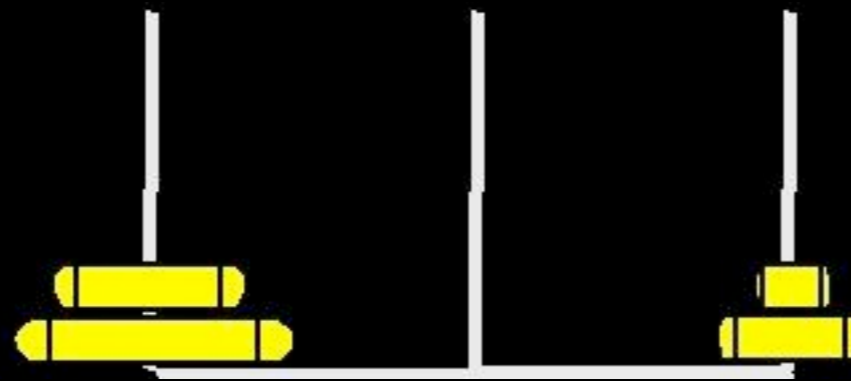
*Quand les 64 disques seront transférés de
l'aiguille initiale à un autre aiguille, tout sera fini,
la tour et les brahmes tomberont, et ce sera la
fin des mondes*

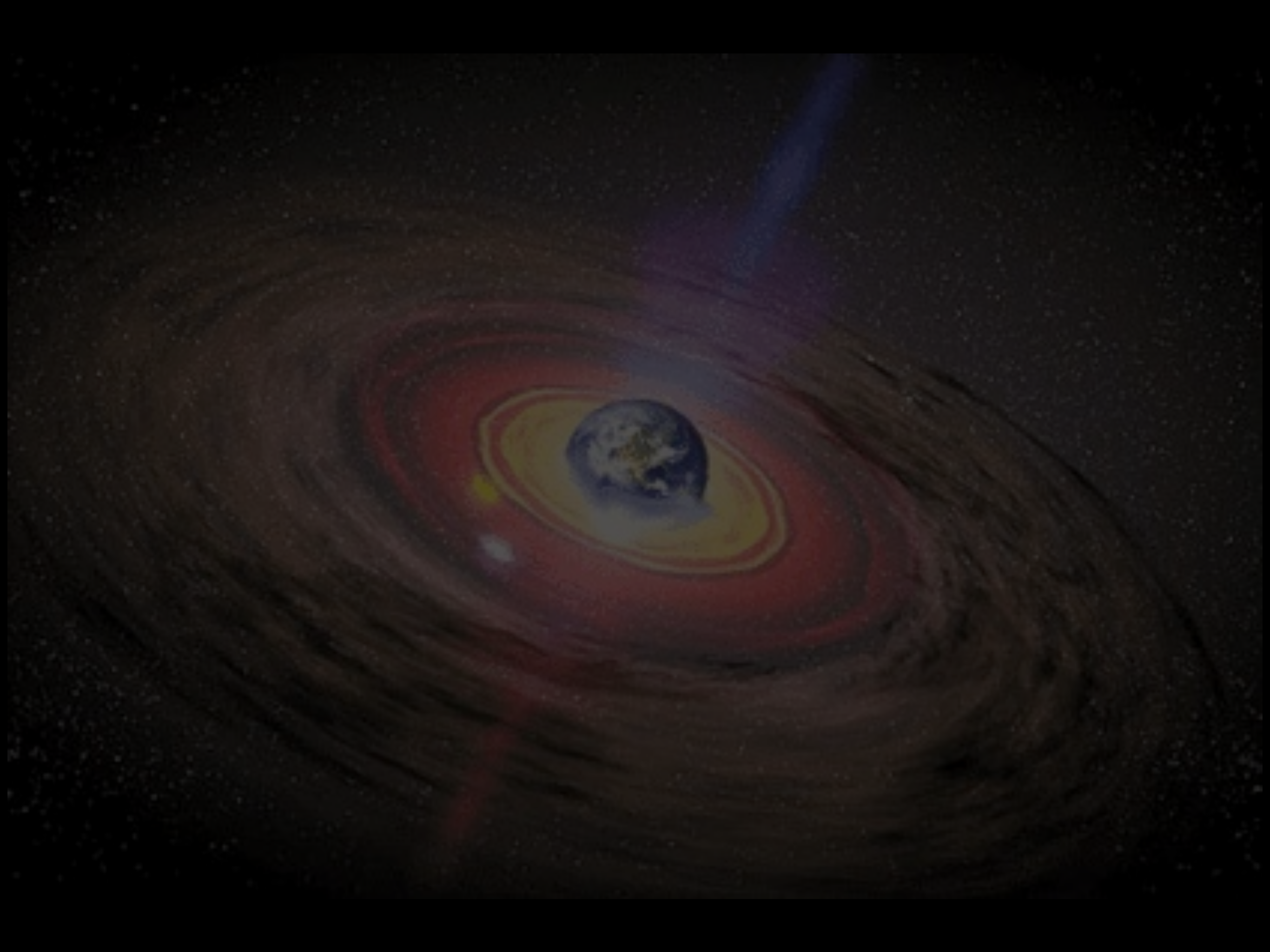


En admettant qu'il faille un seconde pour déplacer un disque, ce qui fait 86 400 déplacements par jour



En admettant qu'il faille un seconde pour déplacer un disque, ce qui fait 86 400 déplacements par jour





A stylized illustration of Earth surrounded by concentric rings of red, orange, and yellow, set against a dark background with a blue beam of light.

Dans combien de temps le monde disparaîtra-t-il ?

Le nombre de mouvements de disques est au moins :

18.446.744.073.709.551.615

La fin du jeu aurait lieu au bout d'environ 213 000
milliards de jours

La fin du jeu aurait lieu au bout d'environ 213 000
milliards de jours

ce qui équivaut approximativement à 584,5 milliards
d'années,



La fin du jeu aurait lieu au bout d'environ 213 000
milliards de jours

ce qui équivaut approximativement à 584,5 milliards
d'années,

qui est 43 fois l'âge estimé de l'univers !

Que se passerait-il si on utilisait un ordinateur très rapide ?



Que se passerait-il si on utilisait un ordinateur très rapide ?

On pourrait déplacer un million de disques par seconde



Que se passerait-il si on utilisait un ordinateur très rapide ?

On pourrait déplacer un million de disques par seconde



Et alors, quand le monde disparaîtrait-il ?

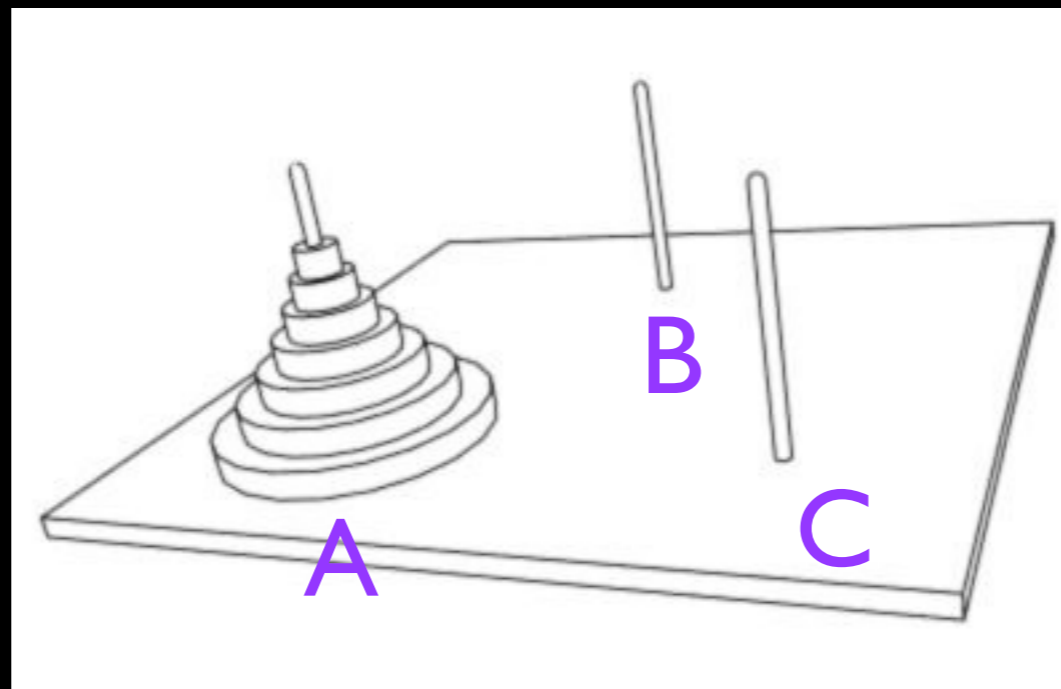
Dans plus de 500.000 ans !



L'algorithme

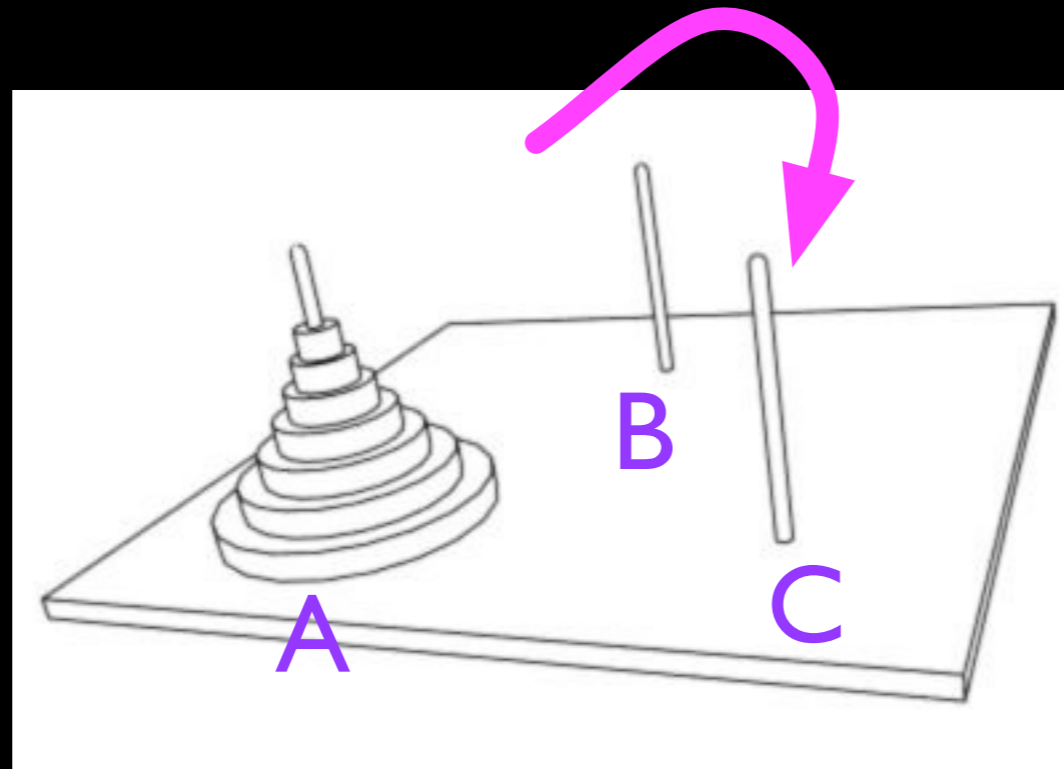
Les Règles des Brahmanes

- Imaginez que les aiguilles sont en cercle



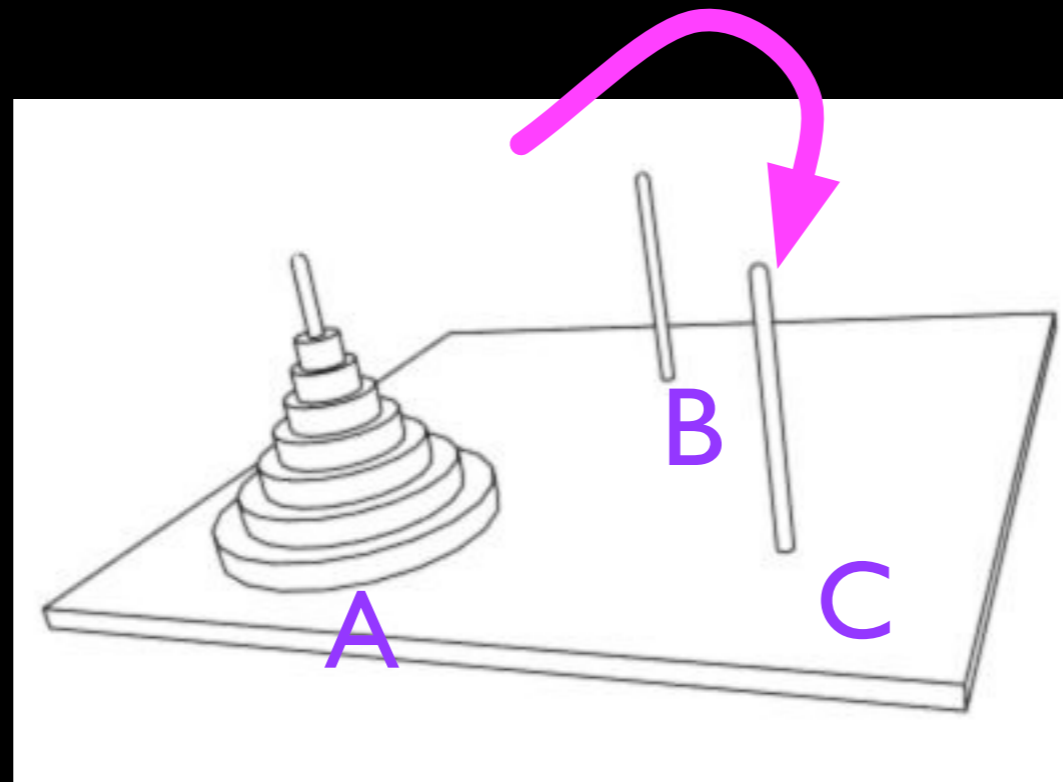
Règles des Brahmanes

- Déplacer les disques dans le sens des aiguilles d'une montre

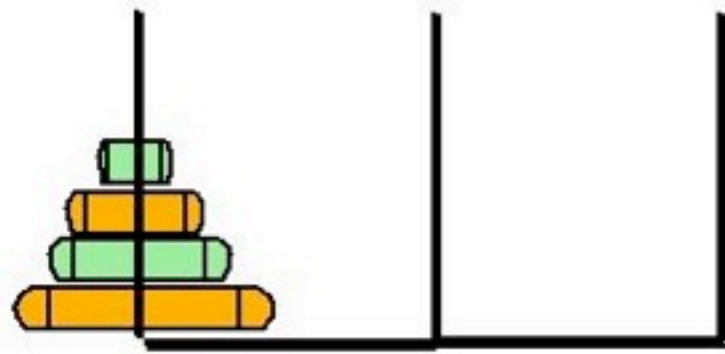


Répétez deux Règles

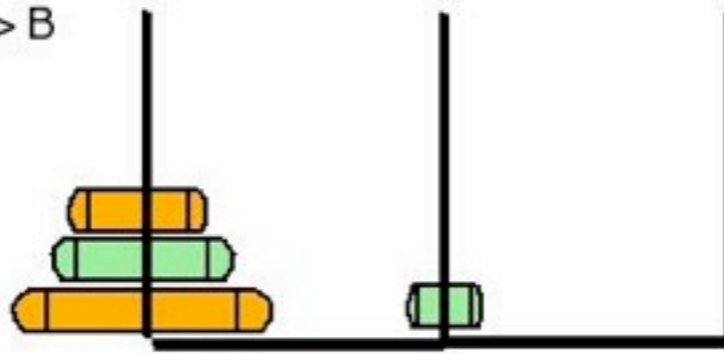
1. Déplacer le plus petit disque vers l'aiguille suivante
2. Déplacer un disque différent du plus petit



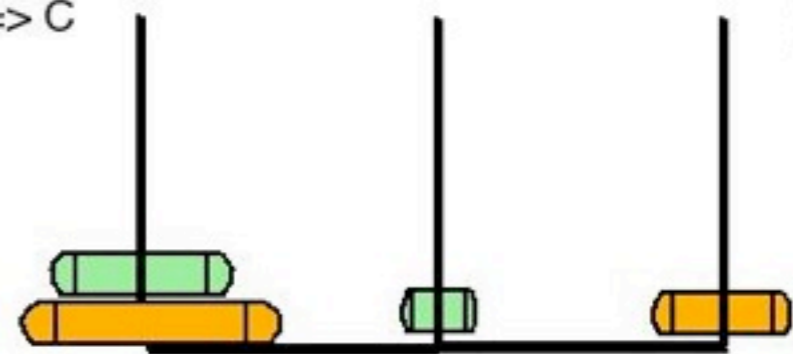
Exemple



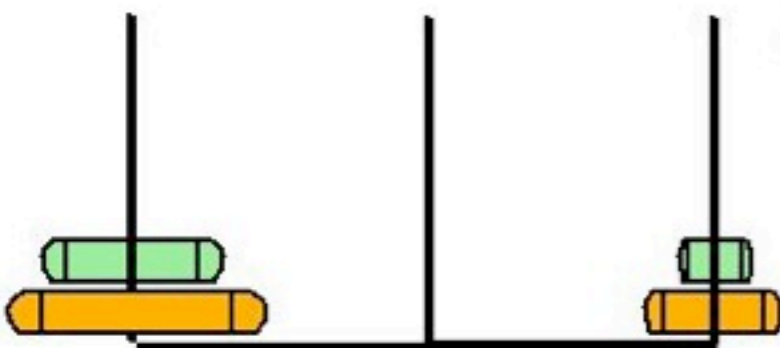
$A \Rightarrow B$



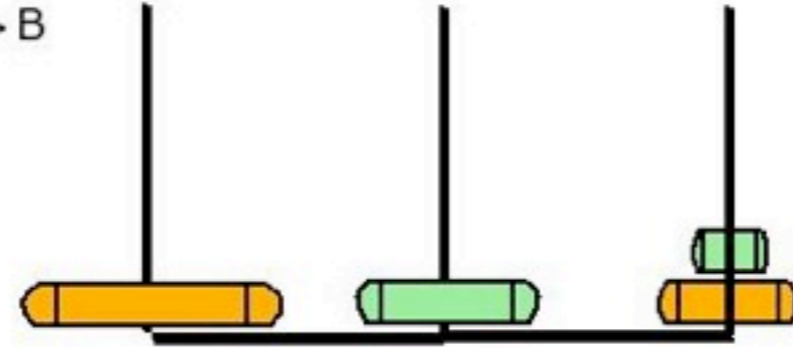
$A \Rightarrow C$



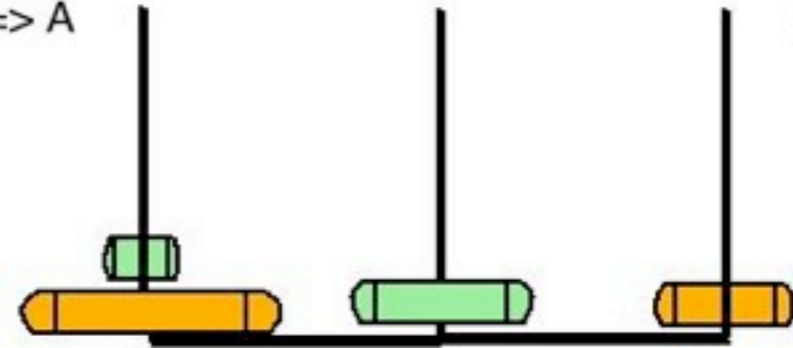
$B \Rightarrow C$



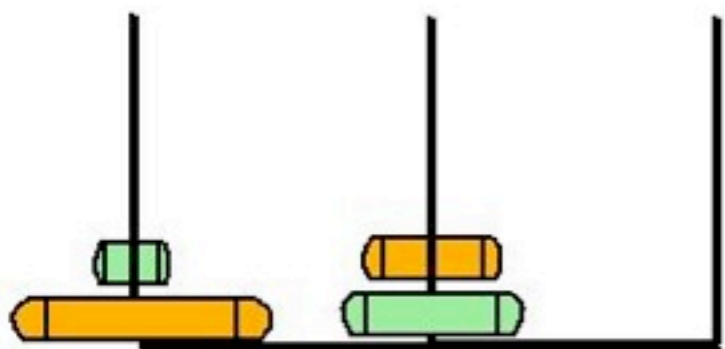
$A \Rightarrow B$



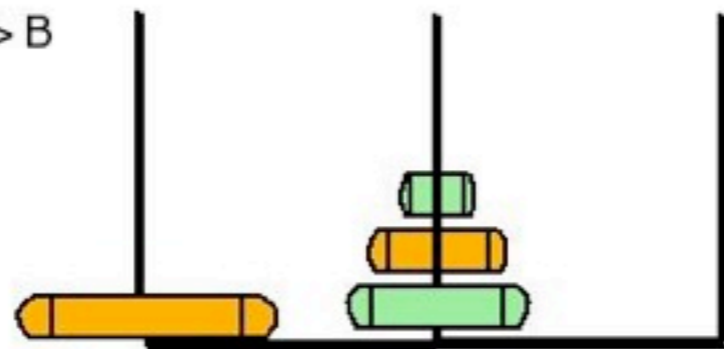
$C \Rightarrow A$



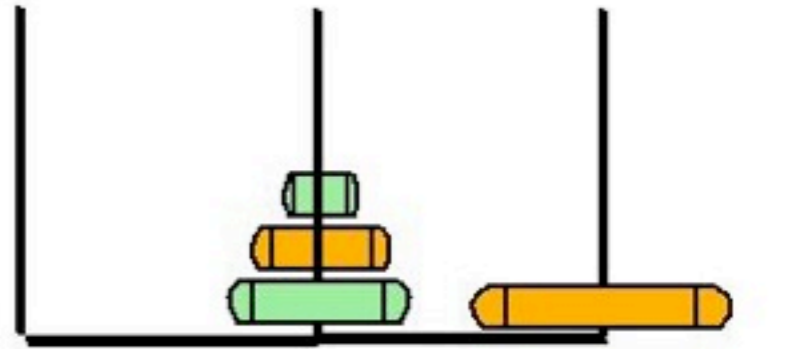
$C \Rightarrow B$



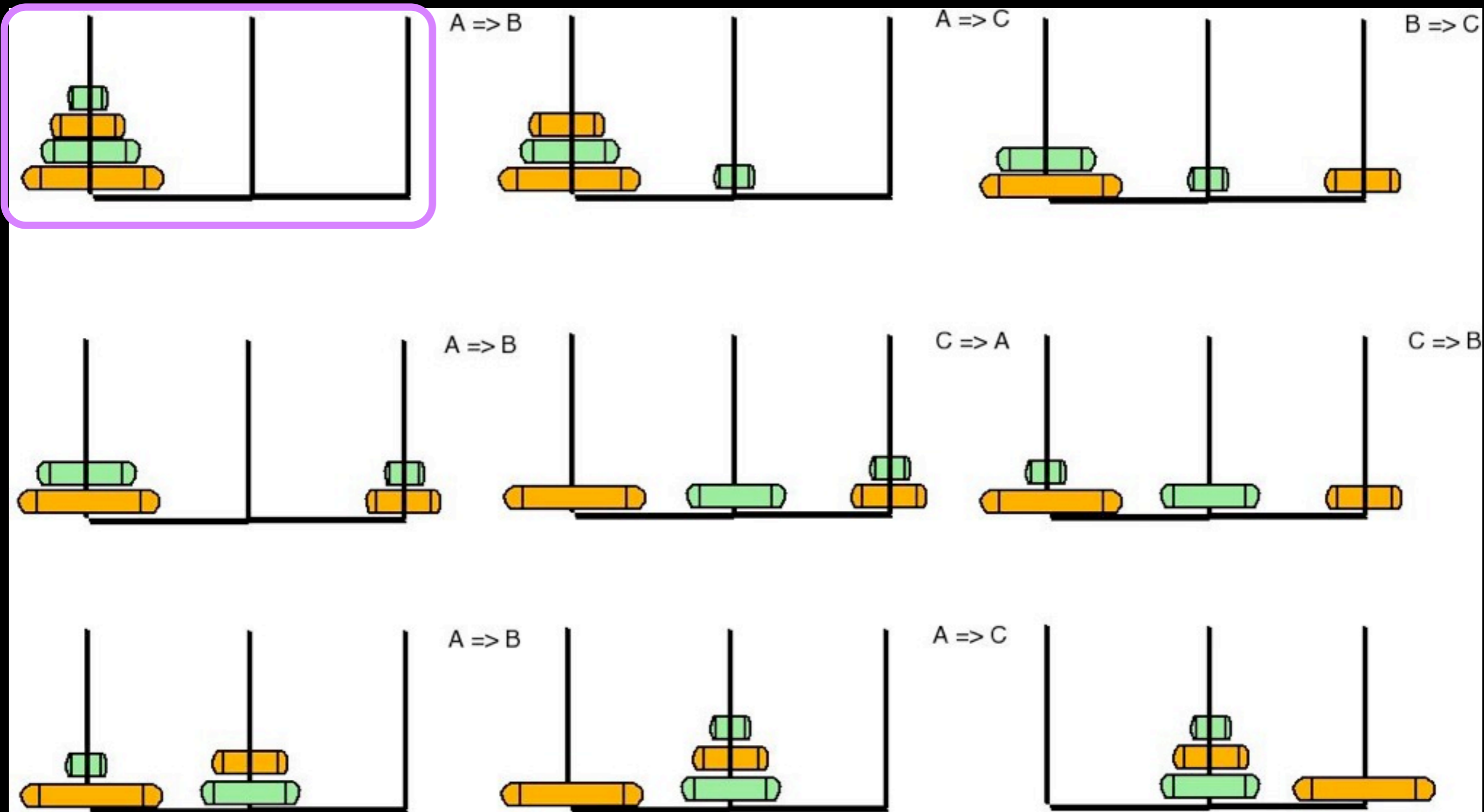
$A \Rightarrow B$



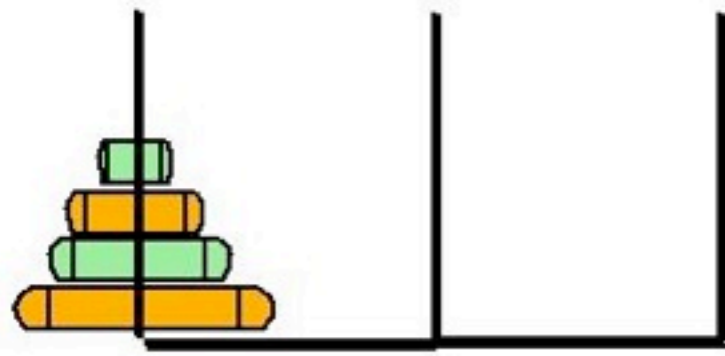
$A \Rightarrow C$



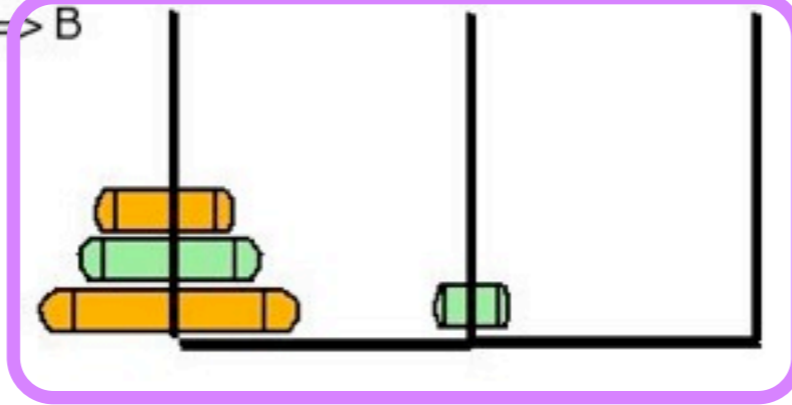
Exemple



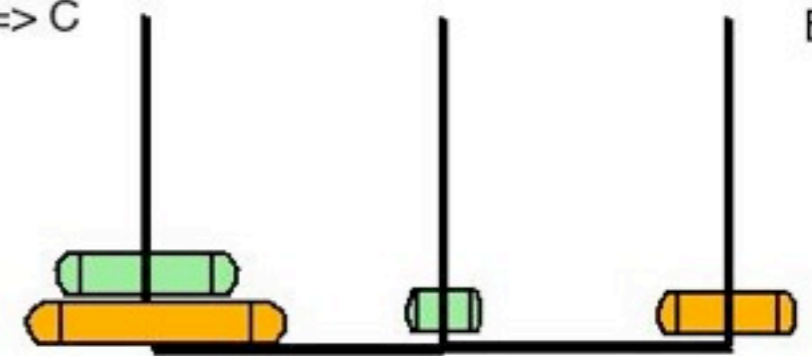
Exemple



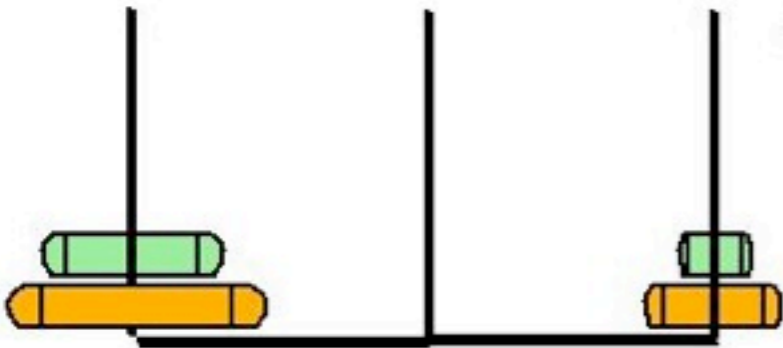
A => B



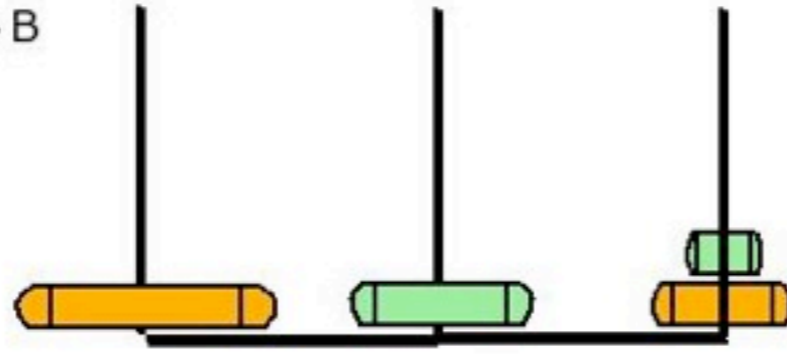
A => C



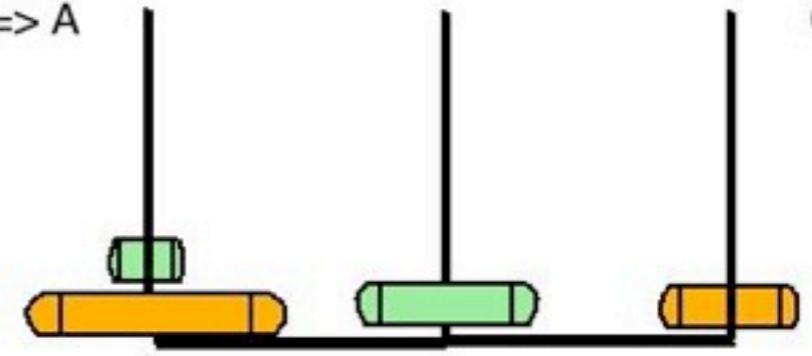
B => C



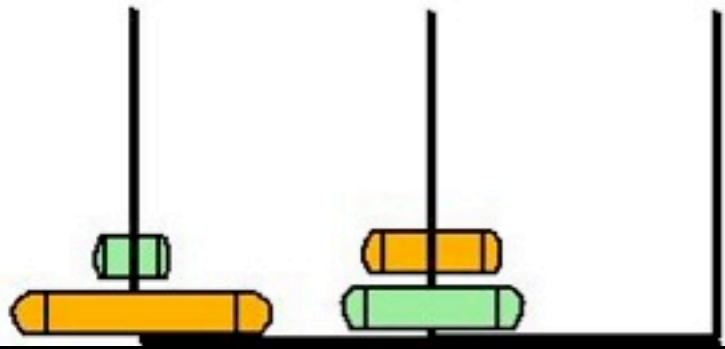
A => B



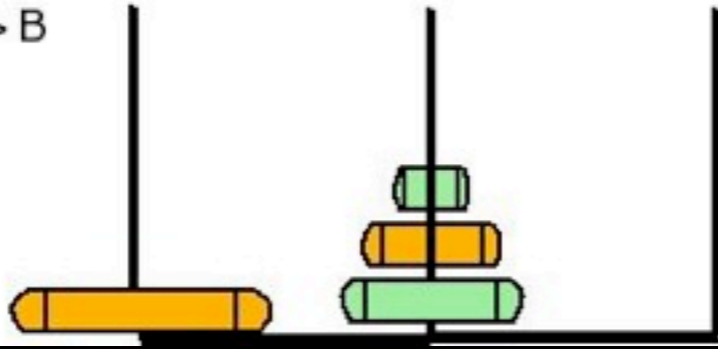
C => A



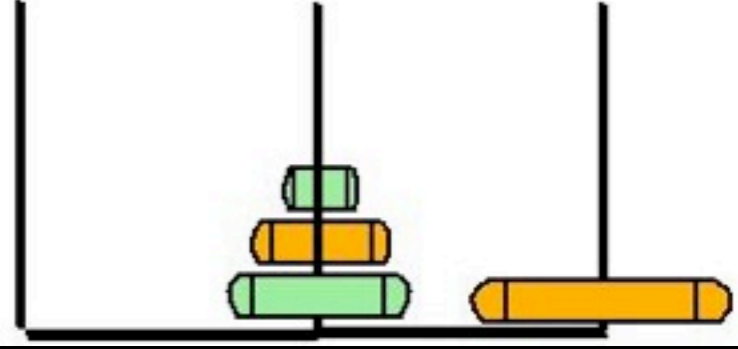
C => B



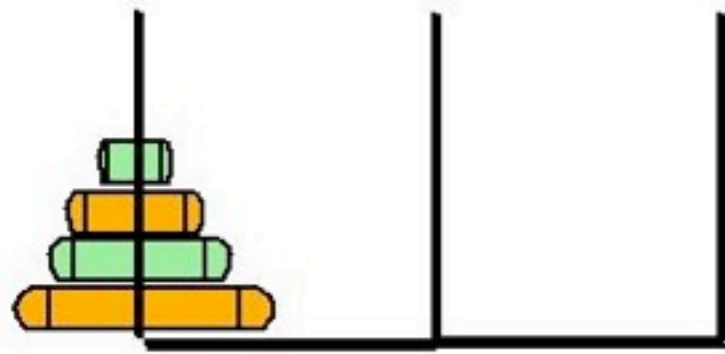
A => B



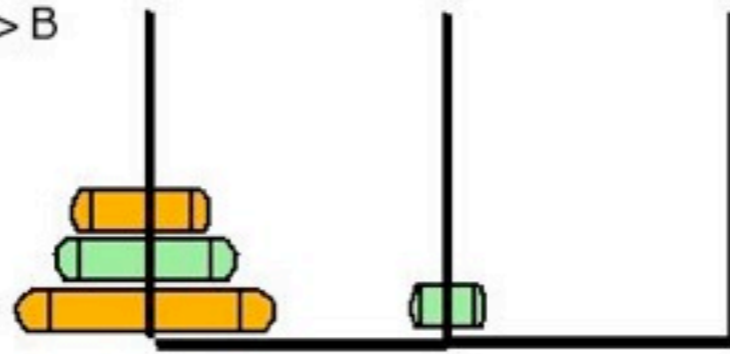
A => C



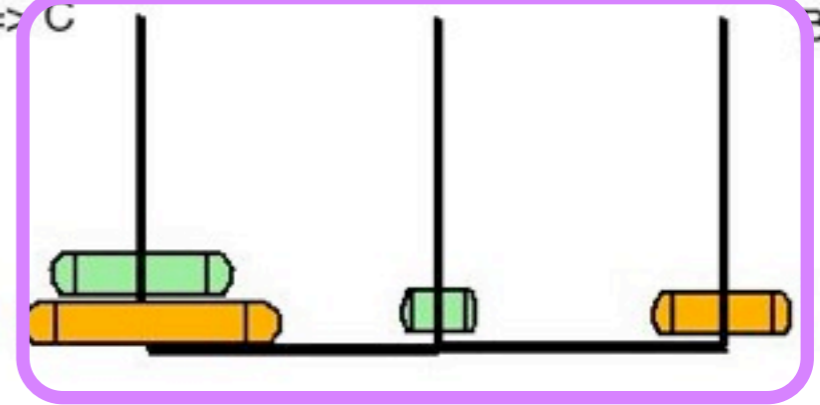
Exemple



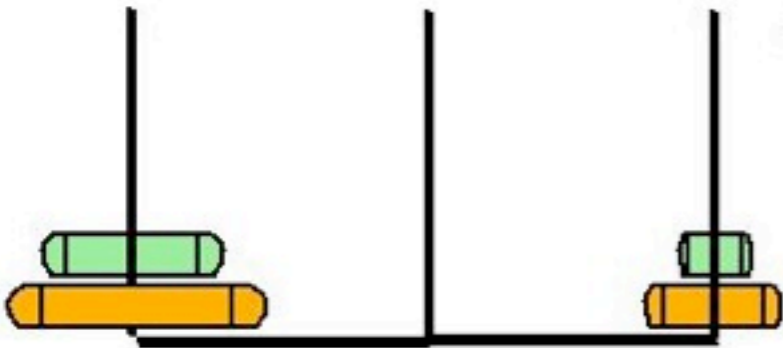
A => B



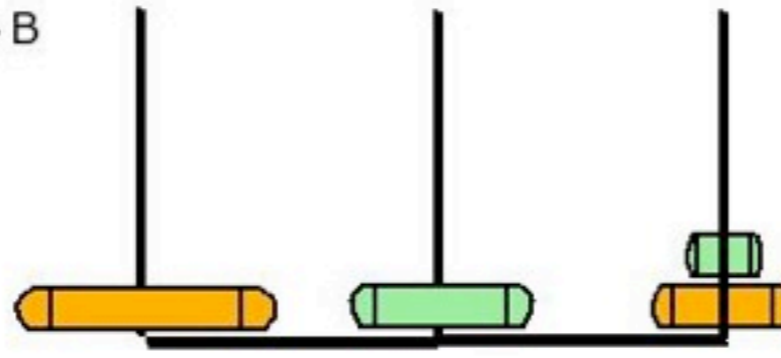
A => C



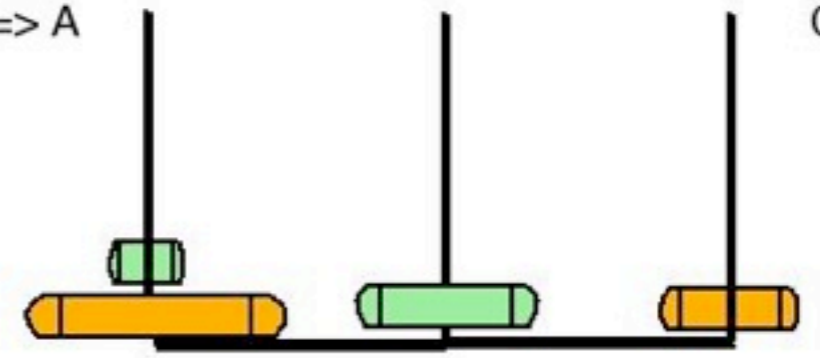
B => C



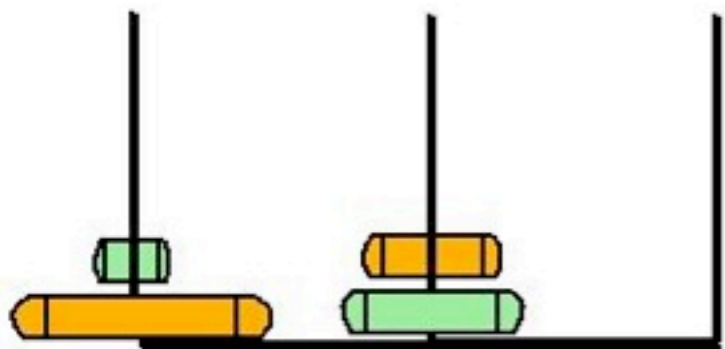
A => B



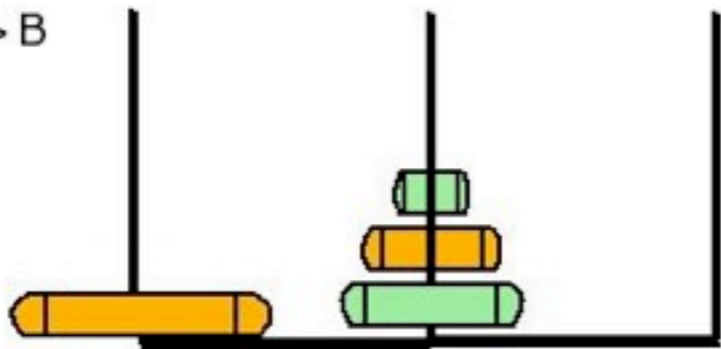
C => A



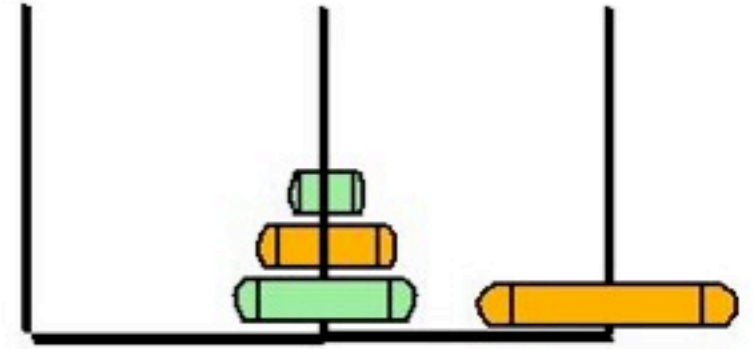
C => B



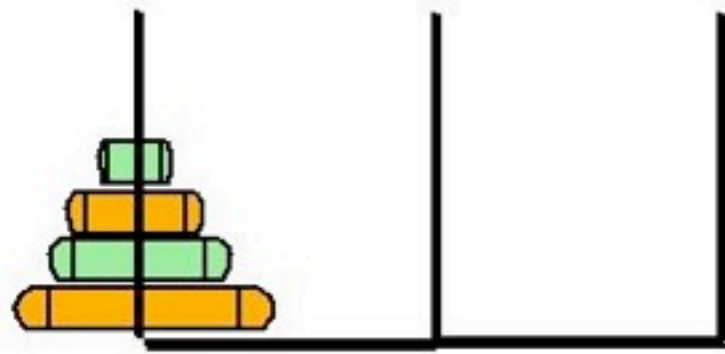
A => B



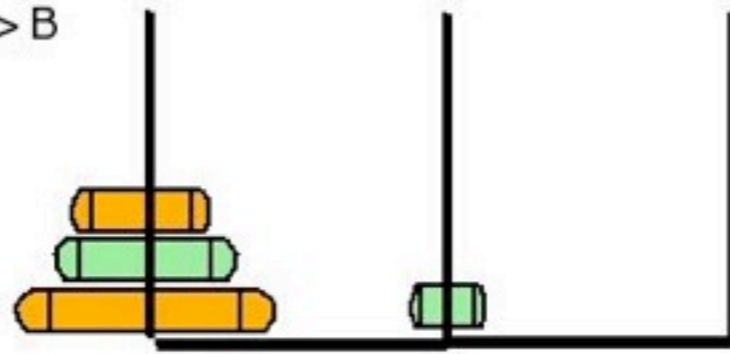
A => C



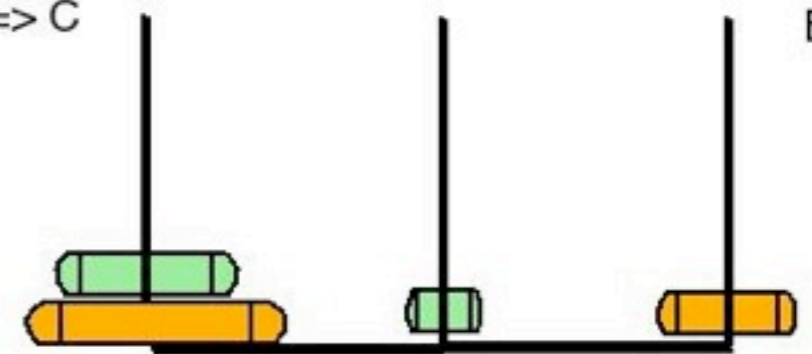
Exemple



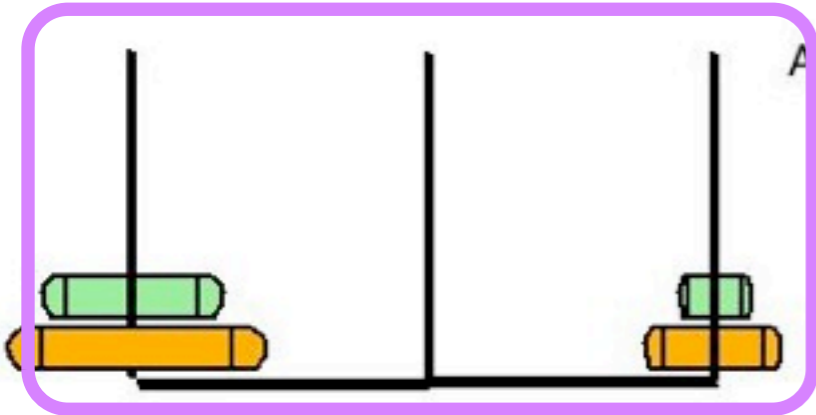
$A \Rightarrow B$



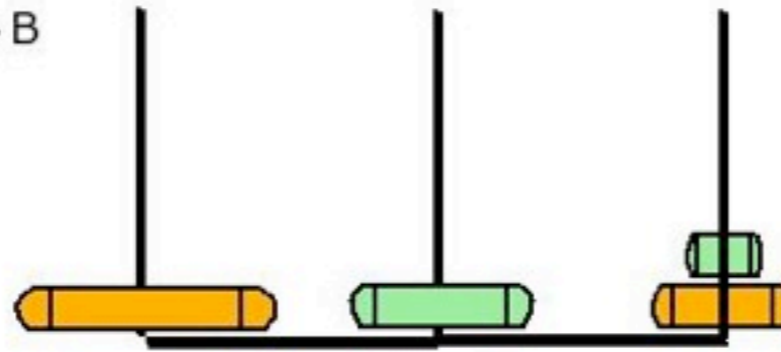
$A \Rightarrow C$



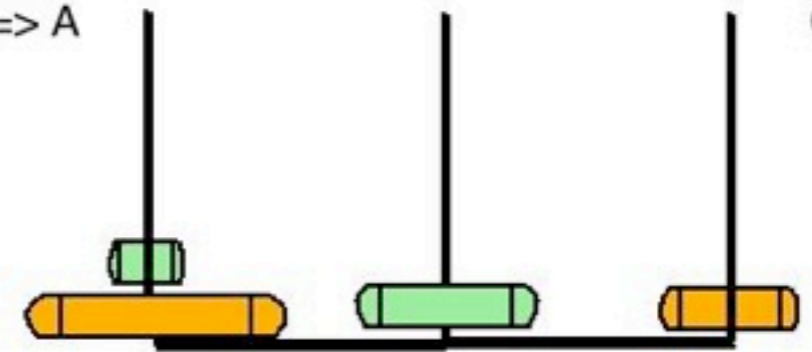
$B \Rightarrow C$



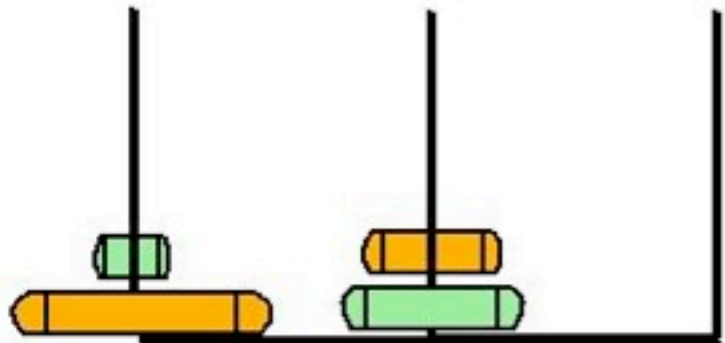
$A \Rightarrow B$



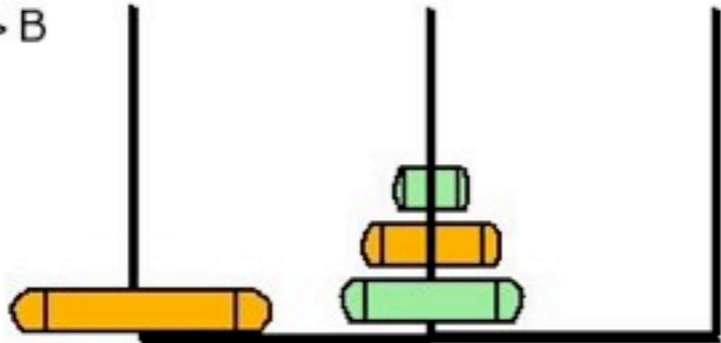
$C \Rightarrow A$



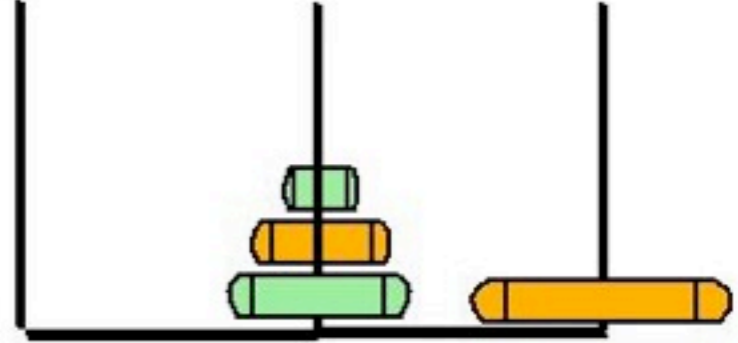
$C \Rightarrow B$



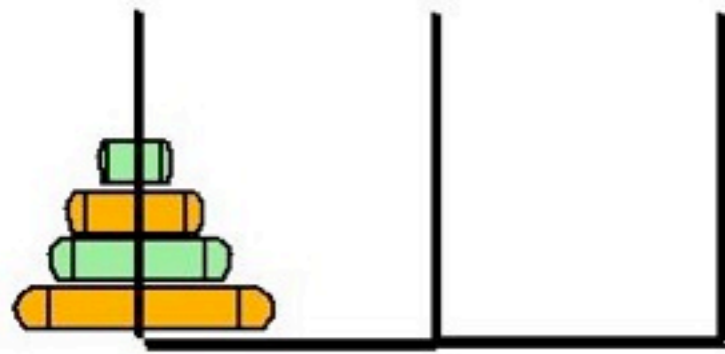
$A \Rightarrow B$



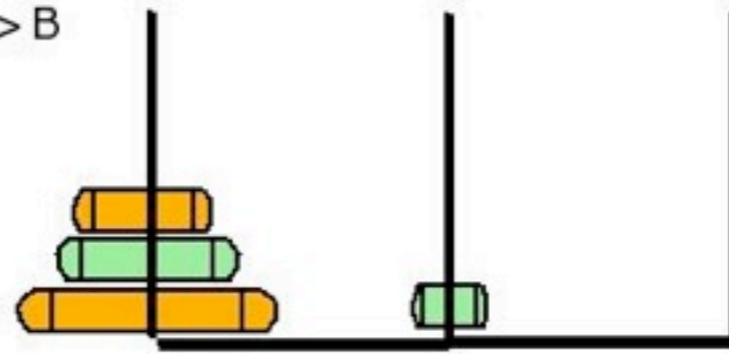
$A \Rightarrow C$



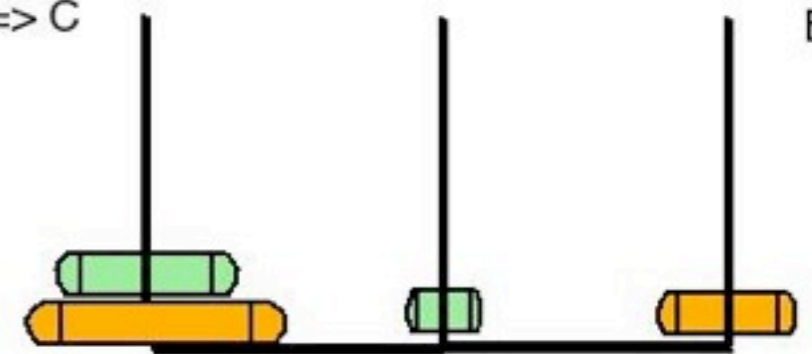
Exemple



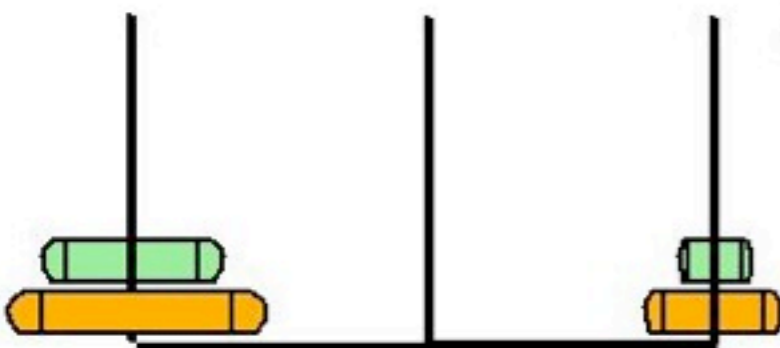
A => B



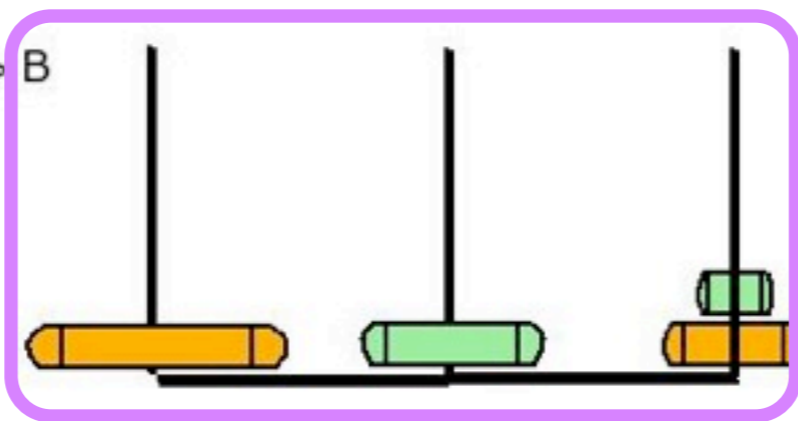
A => C



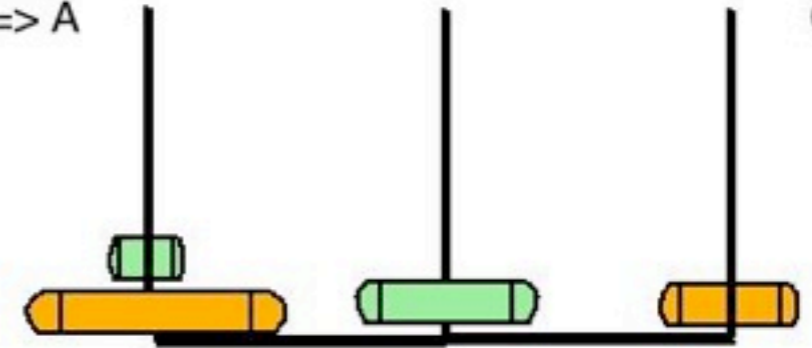
B => C



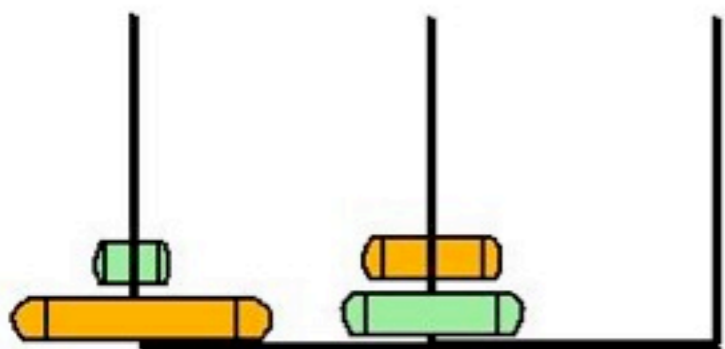
A => B



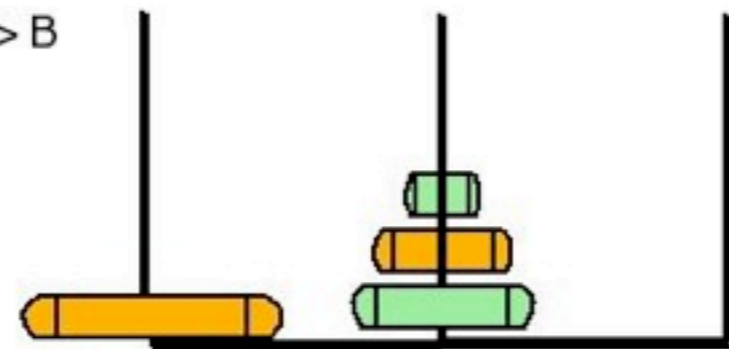
C => A



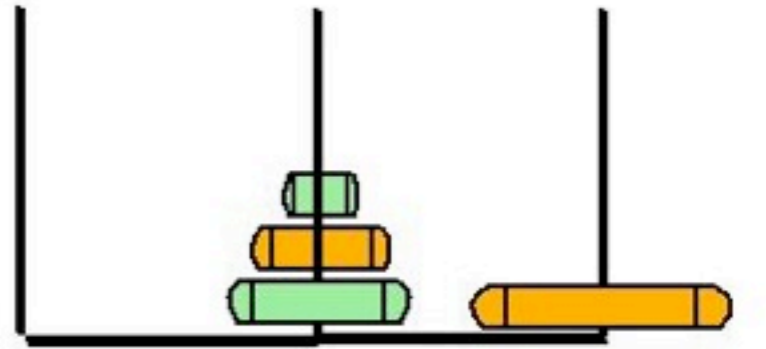
C => B



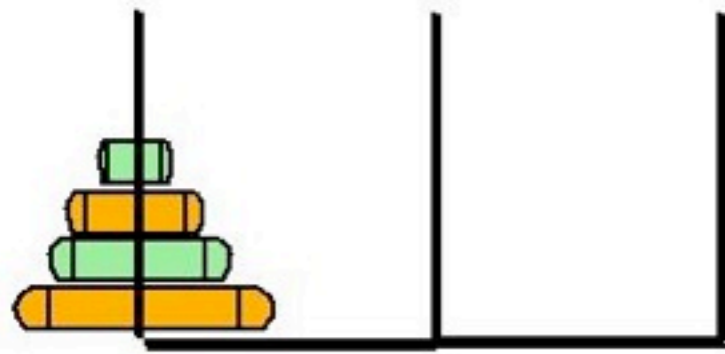
A => B



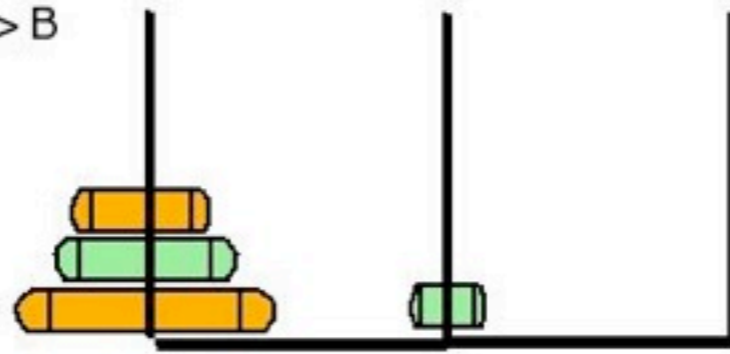
A => C



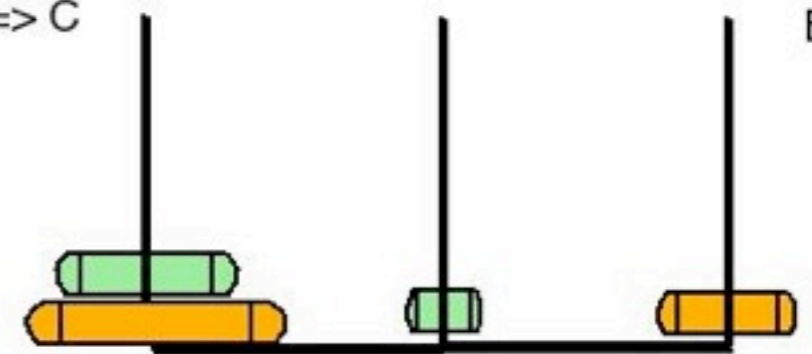
Example



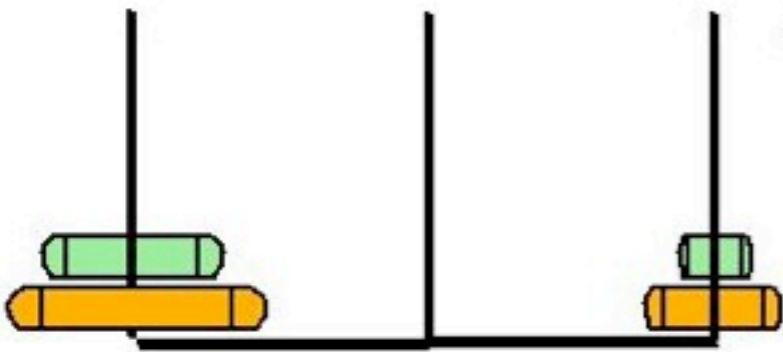
$A \Rightarrow B$



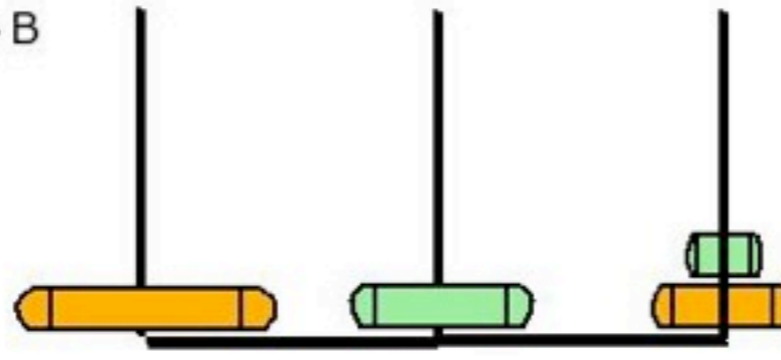
$A \Rightarrow C$



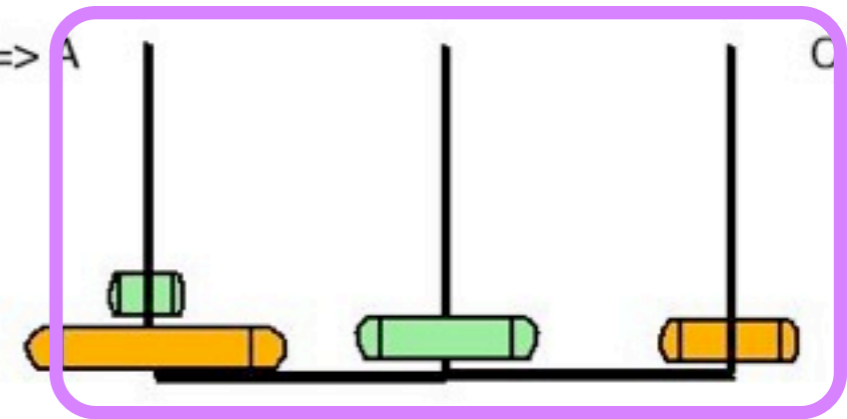
$B \Rightarrow C$



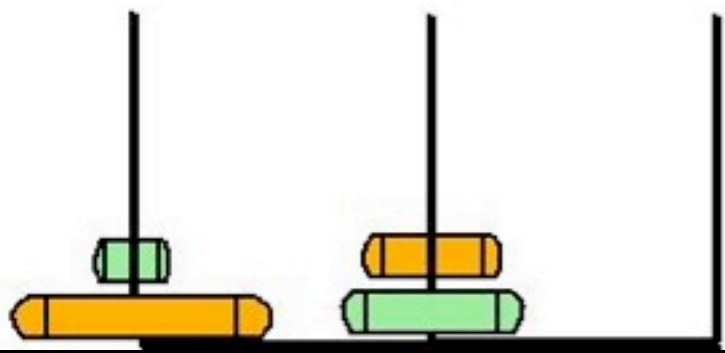
$A \Rightarrow B$



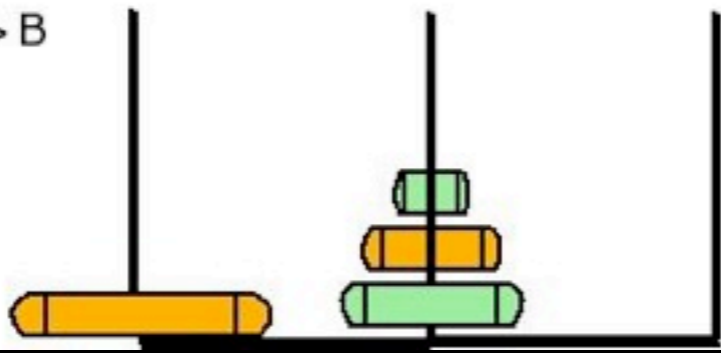
$C \Rightarrow A$



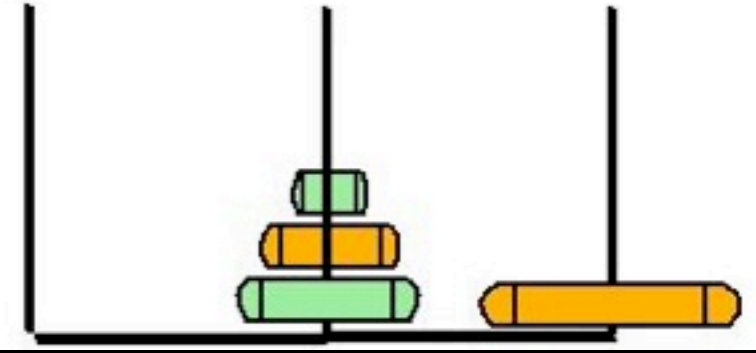
$C \Rightarrow B$



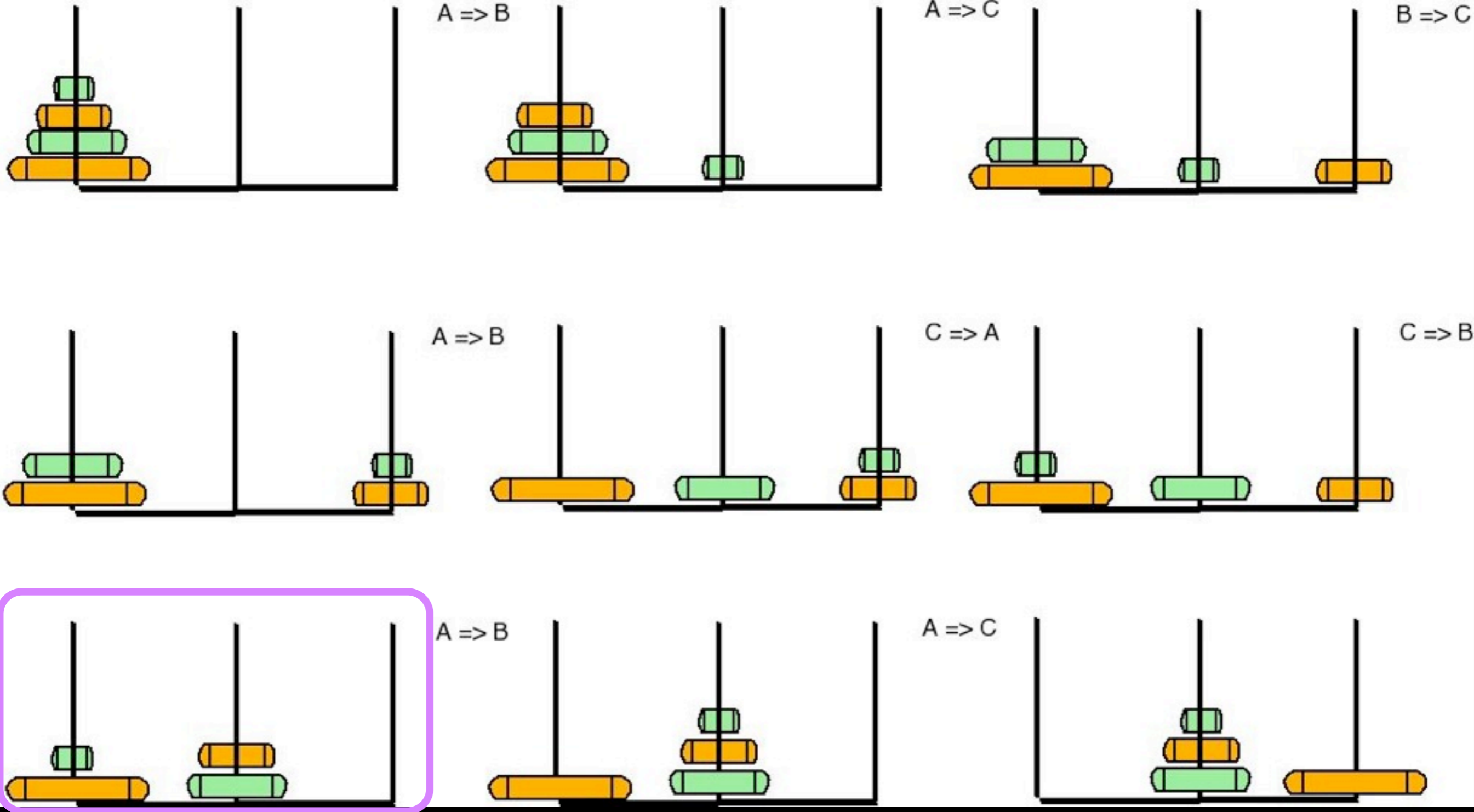
$A \Rightarrow B$



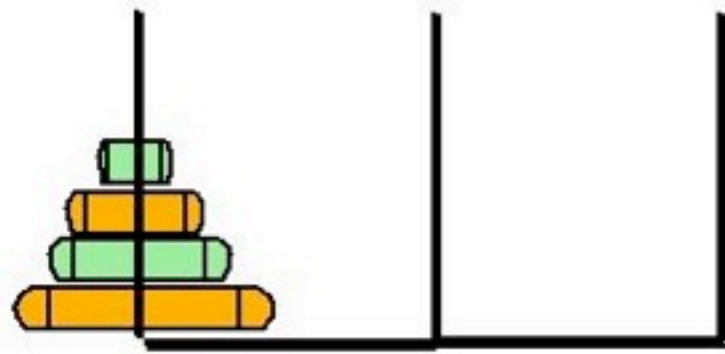
$A \Rightarrow C$



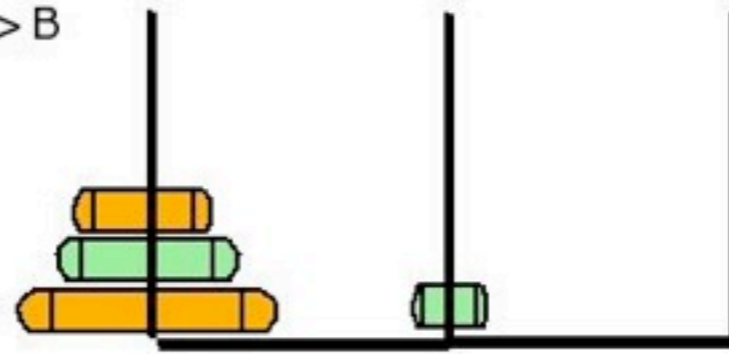
Exemple



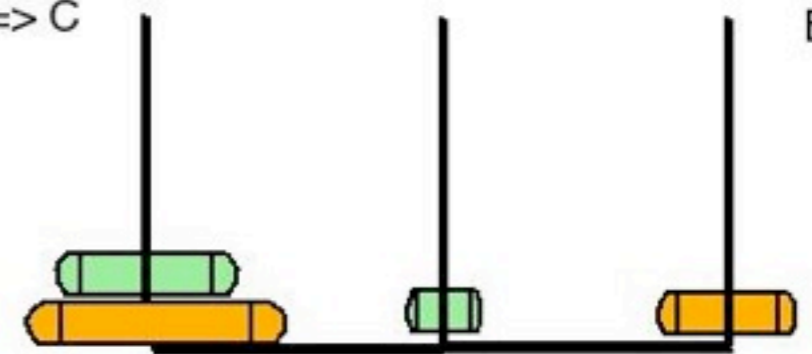
Exemple



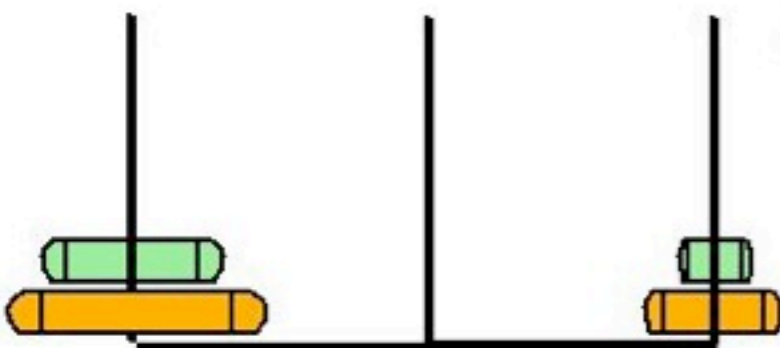
A => B



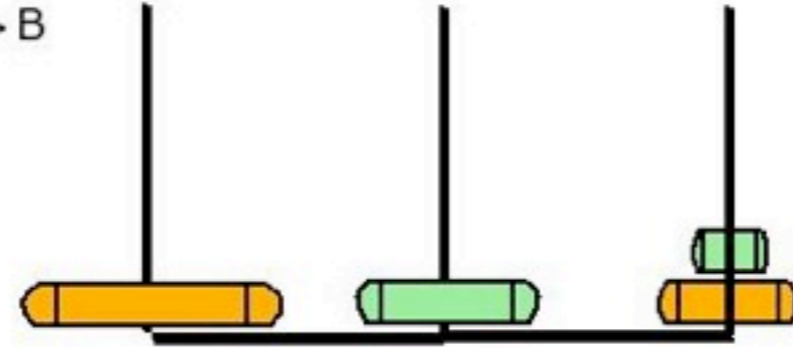
A => C



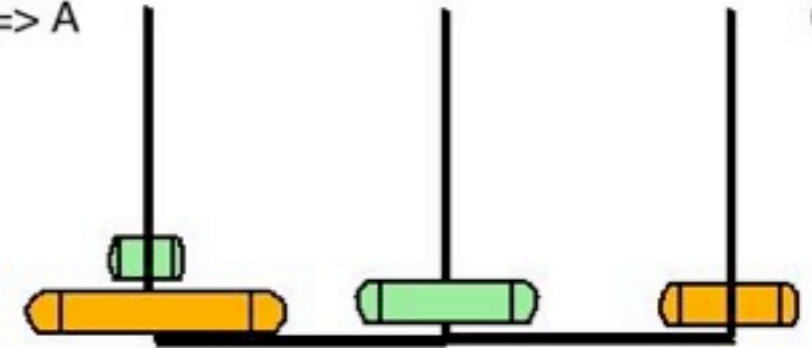
B => C



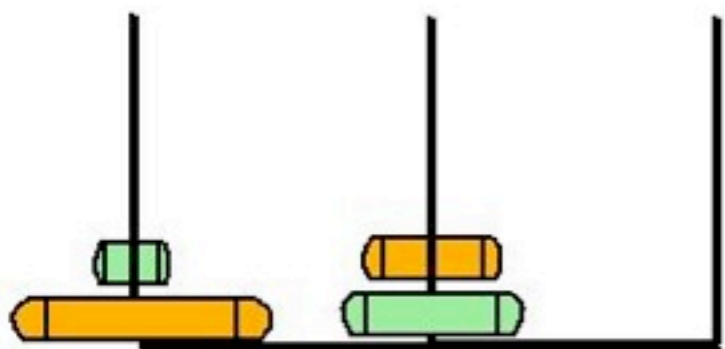
A => B



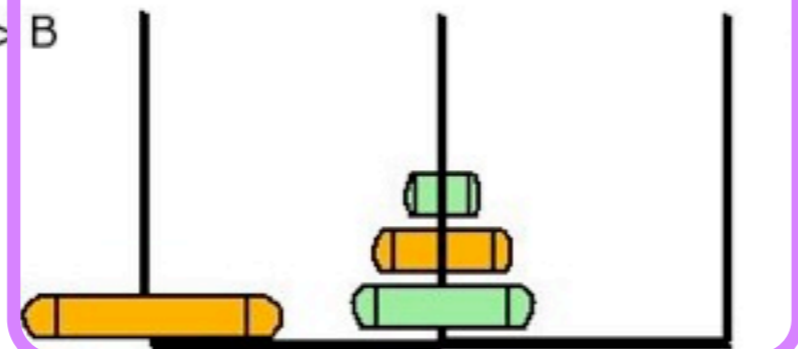
C => A



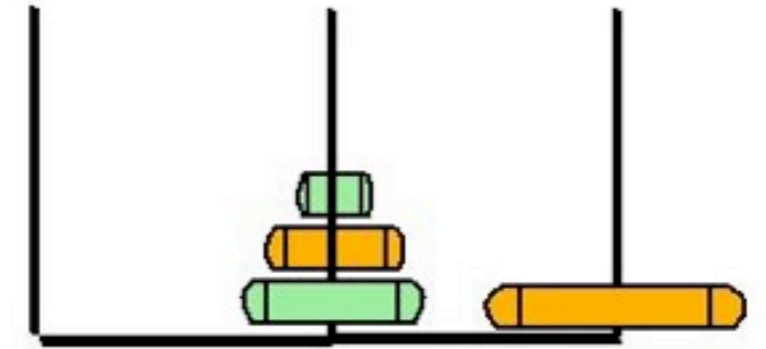
C => B



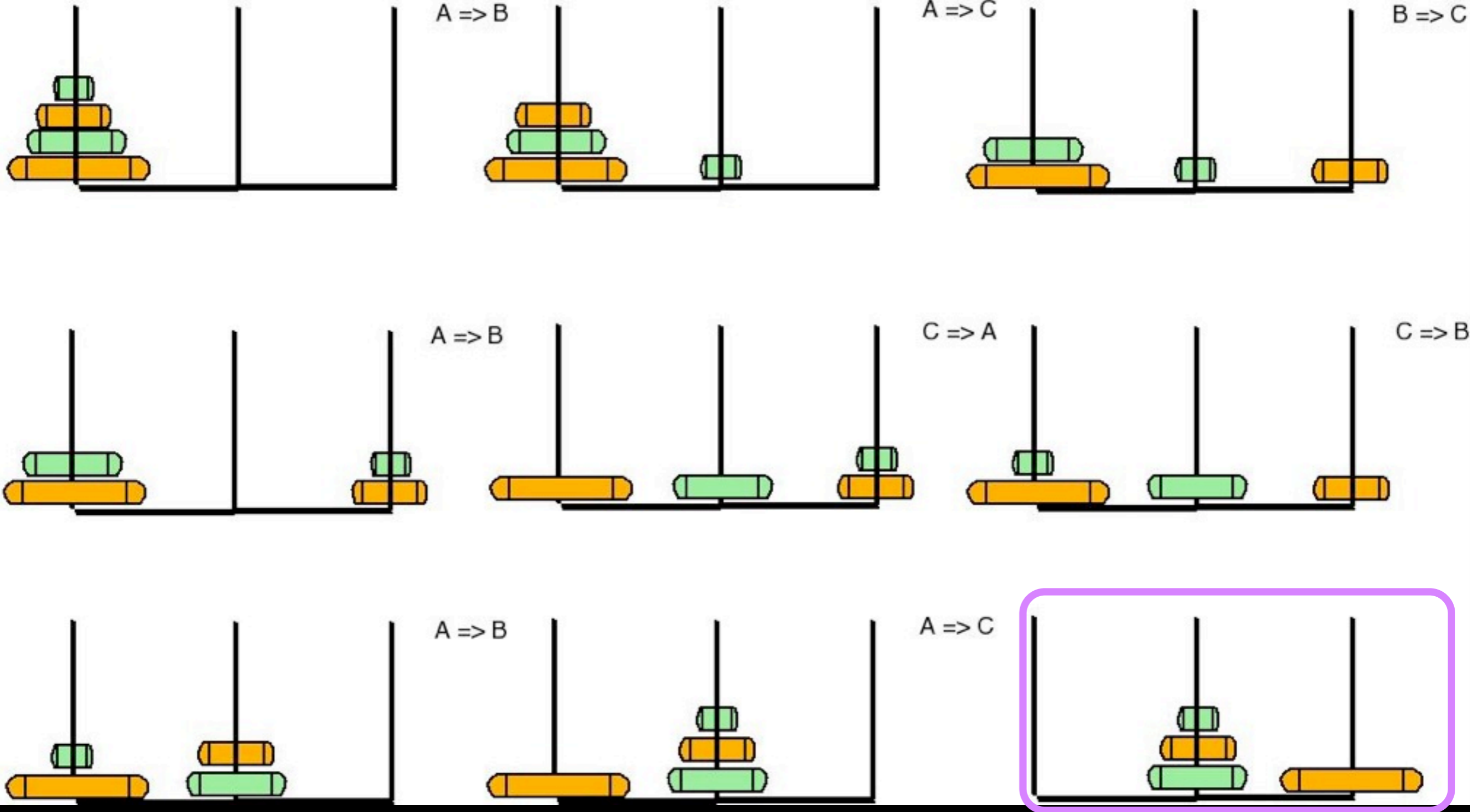
A => B



A => C



Exemple



Pourquoi cet algorithme est-il correct ?

Pourquoi cet algorithme est-il correct ?



Pourquoi cet algorithme est-il correct ?

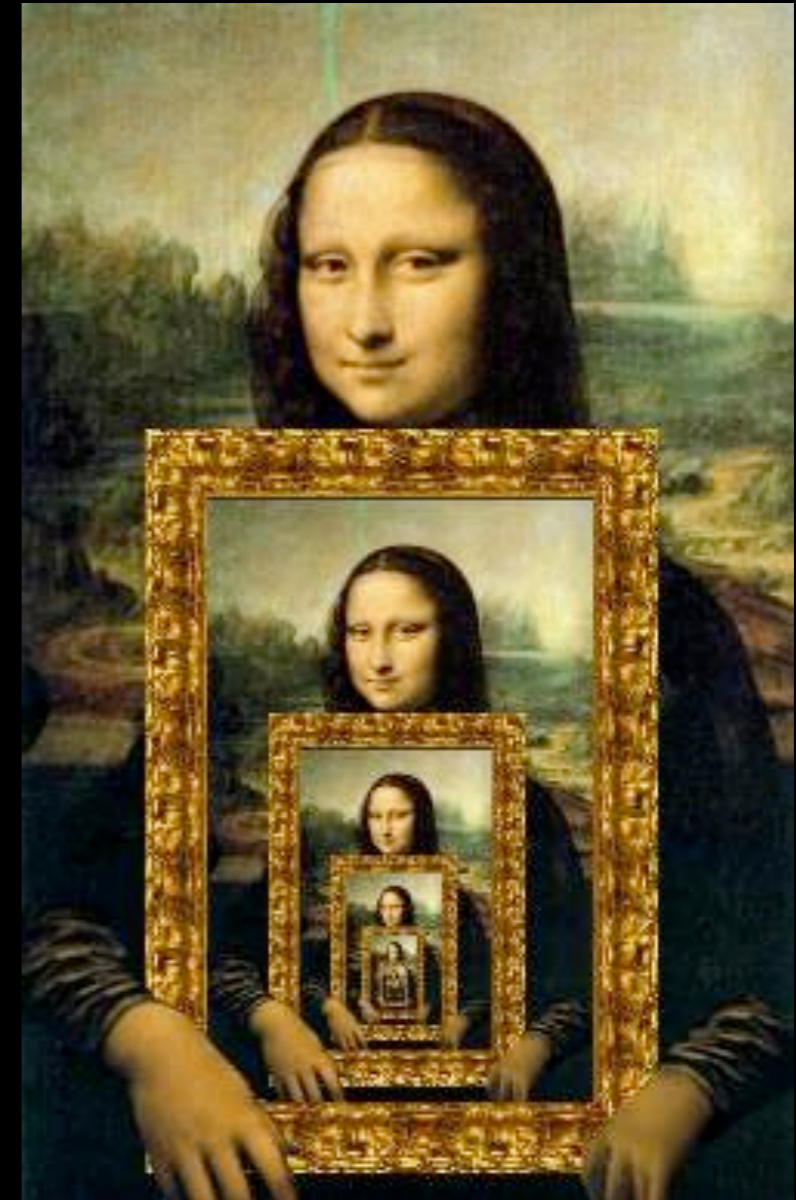
êtes-vous sûr que les disques finiront tous dans un autre aiguille?



Récurtivité

Récurtivité

Moyen de définir un
concept en invoquant
le même concept

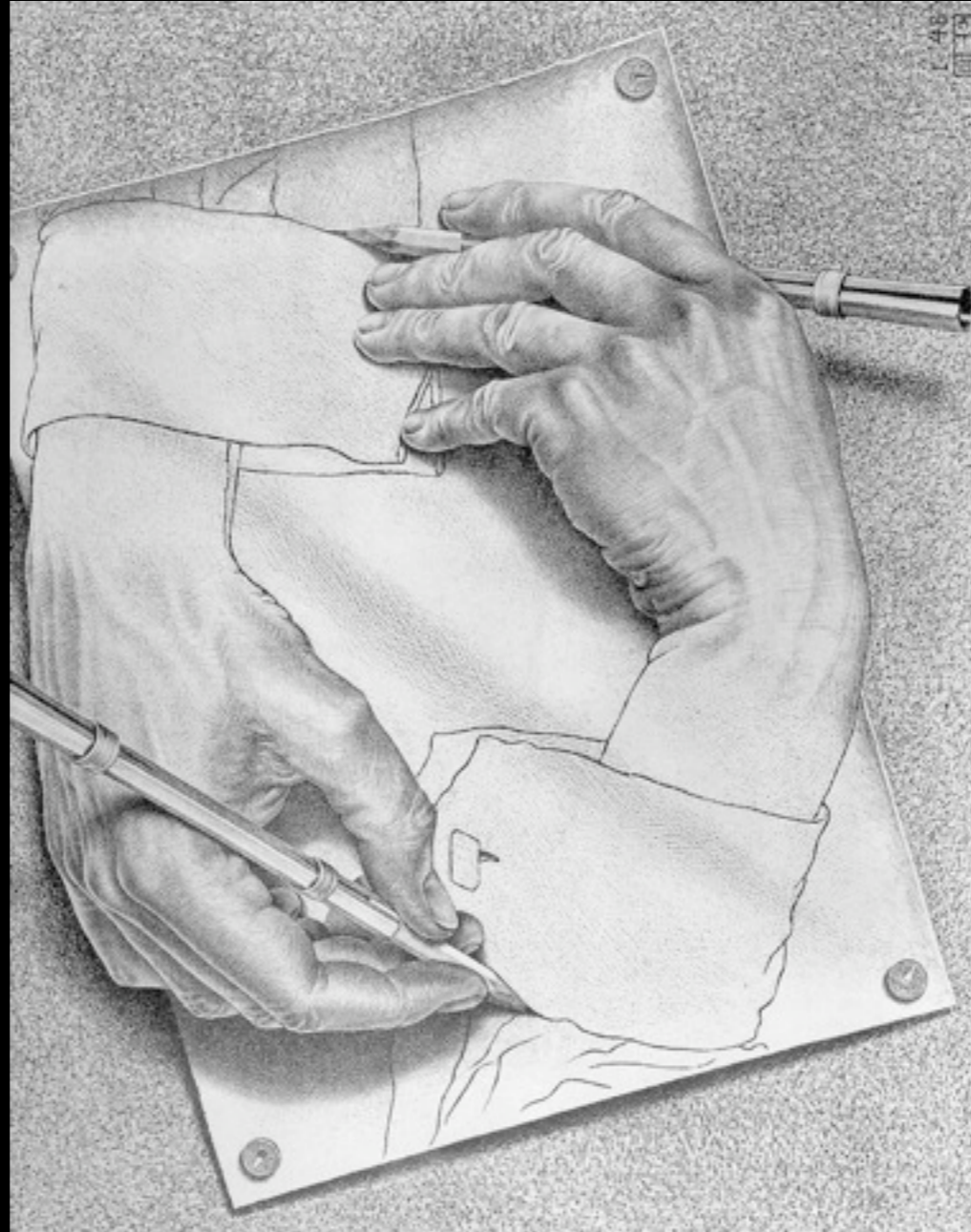


Récurtivité

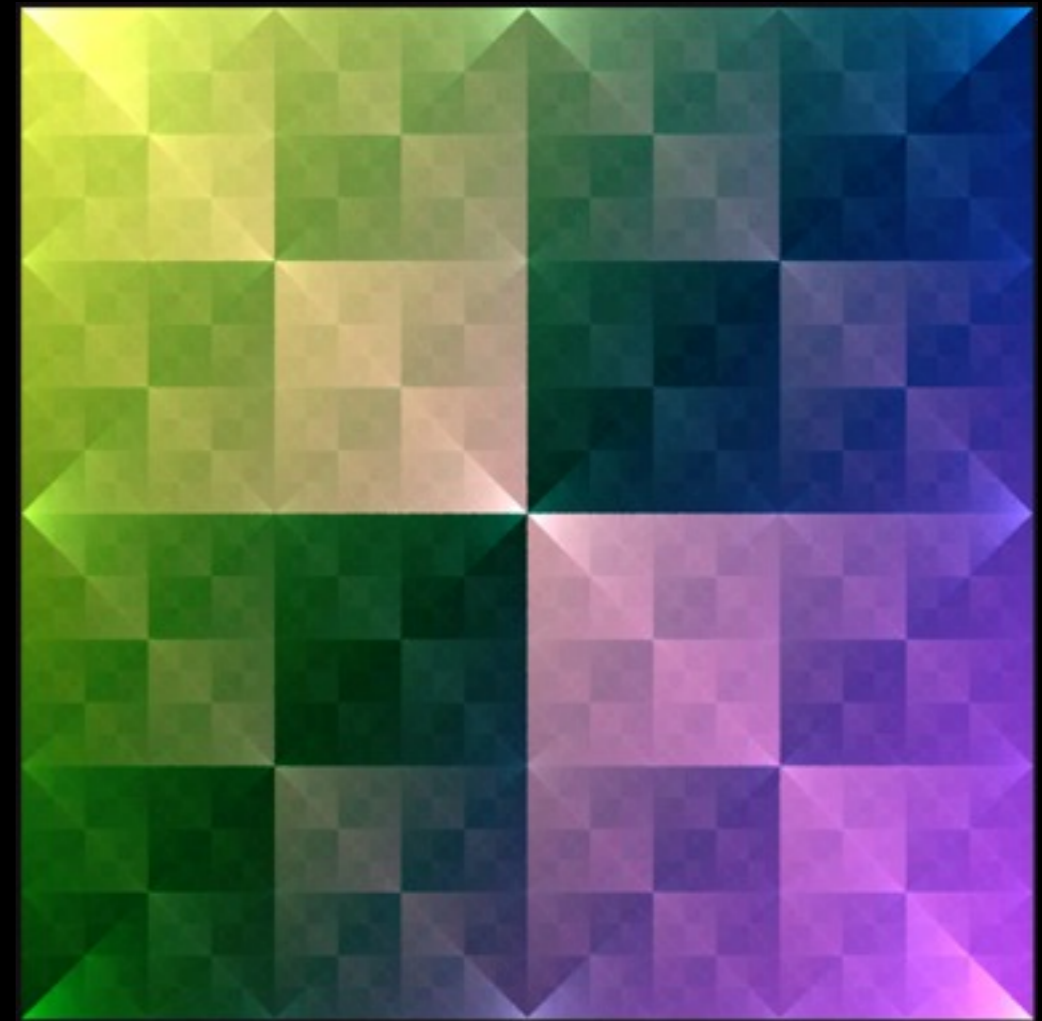
Résoudre un problème en utilisant des solutions intermédiaires du même problème



Pour que ceci ait un
sens...



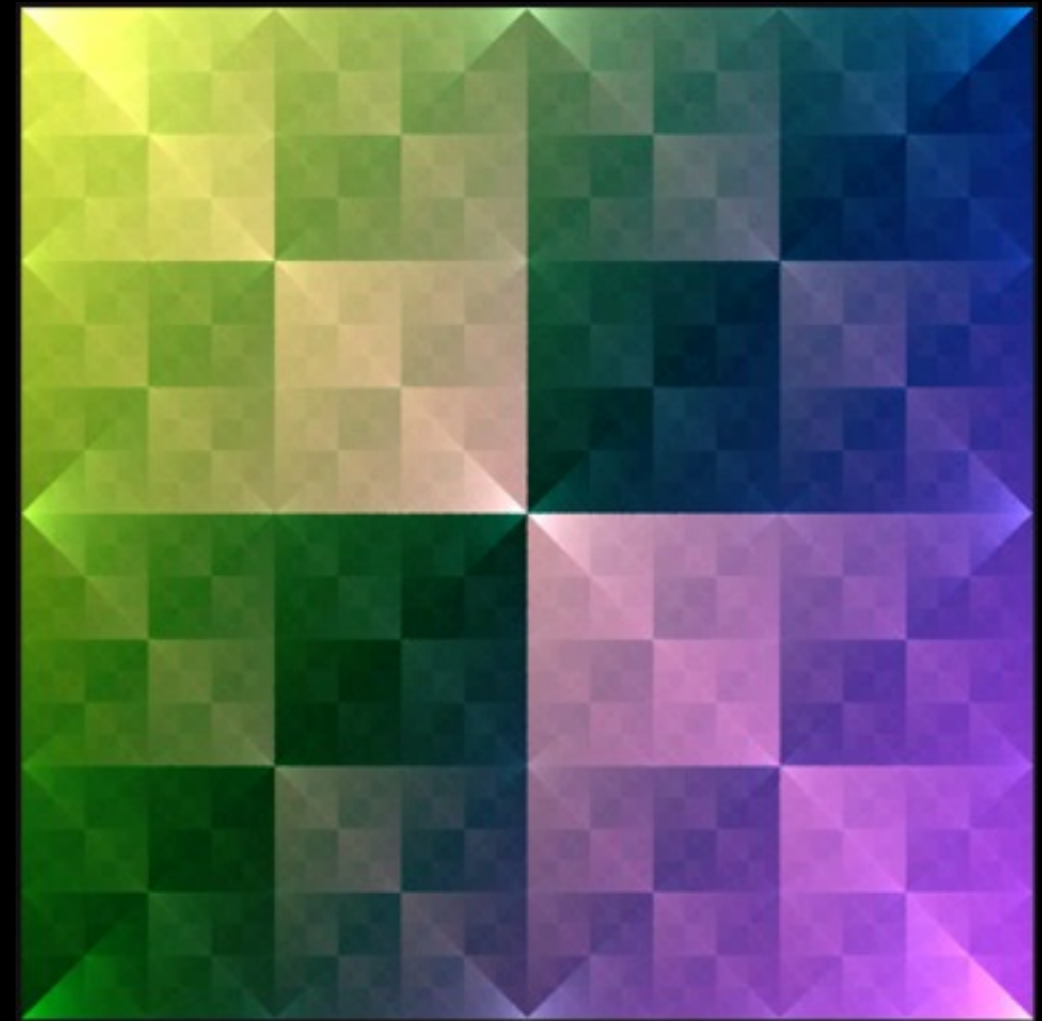
Pour que ceci ait un
sens, on doit...



http://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Sierpinski_square.jpg

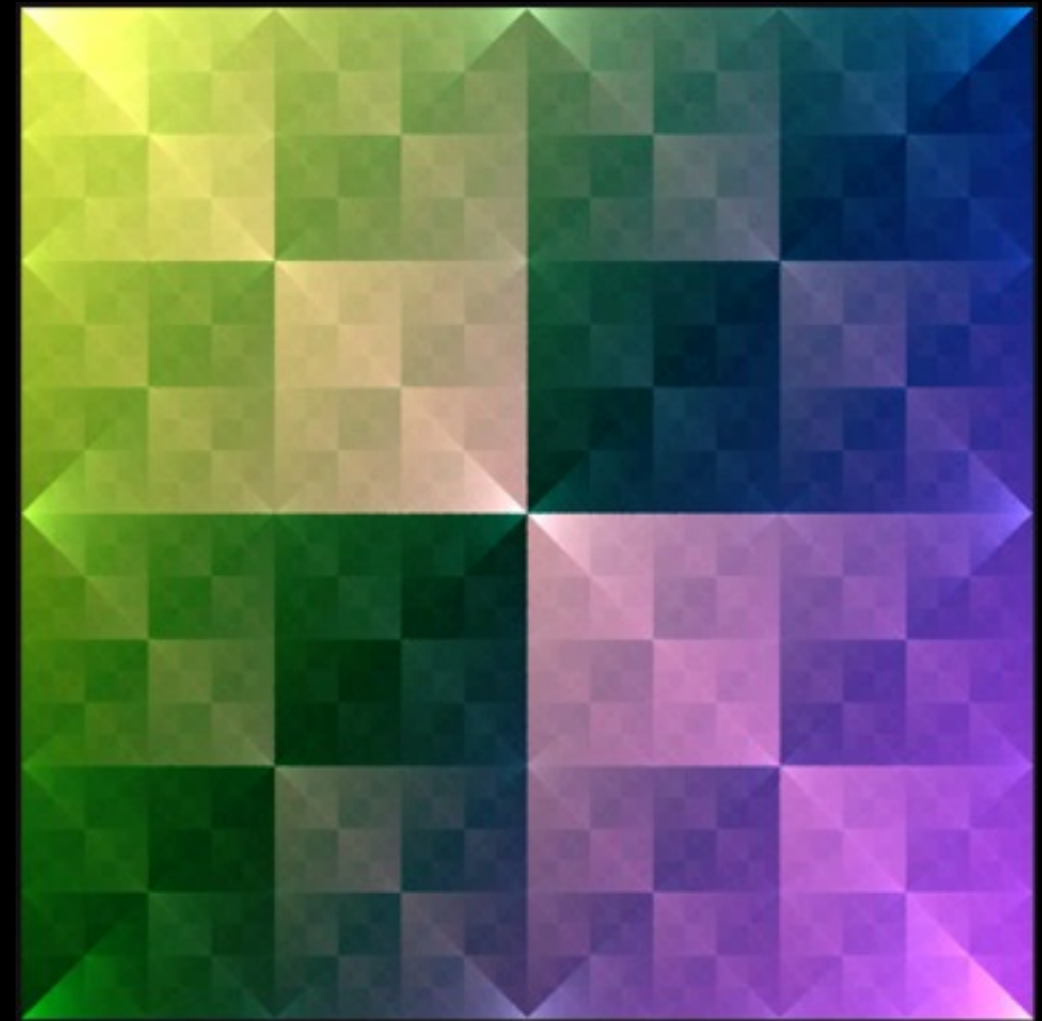
Pour que ceci ait un sens, on doit...

1. définir un concept en invoquant une *plus petite* version de lui-même

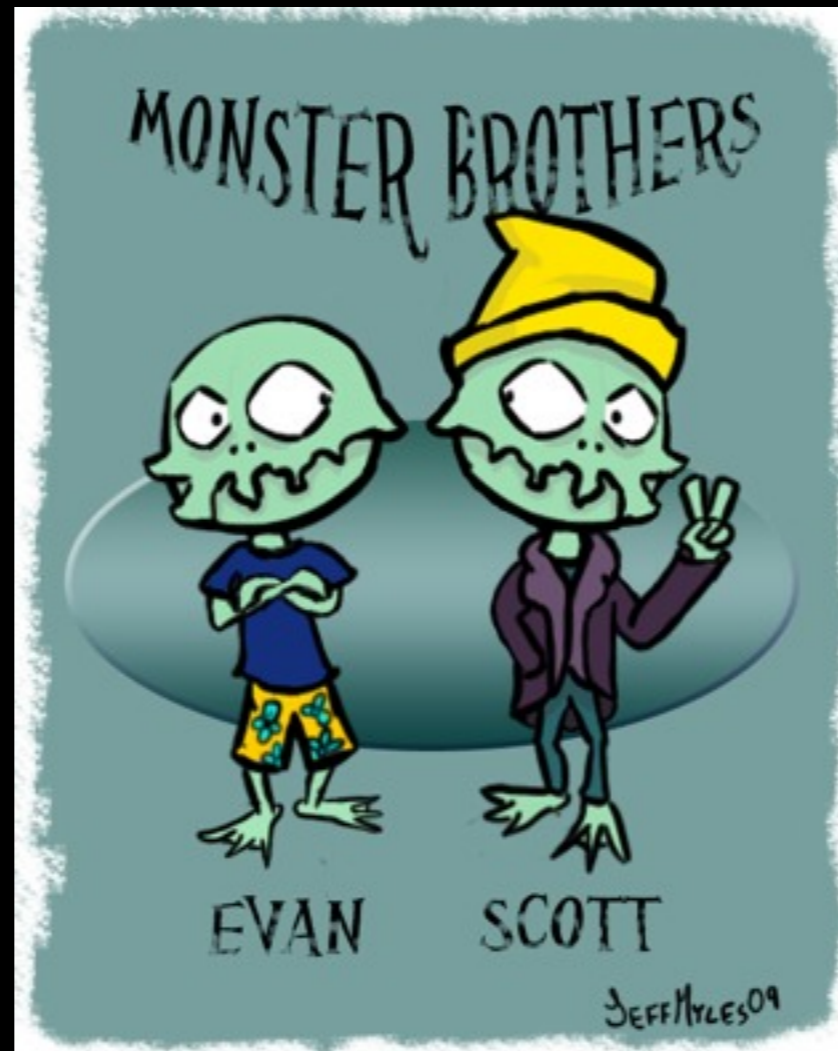


Pour que ceci ait un sens, on doit...

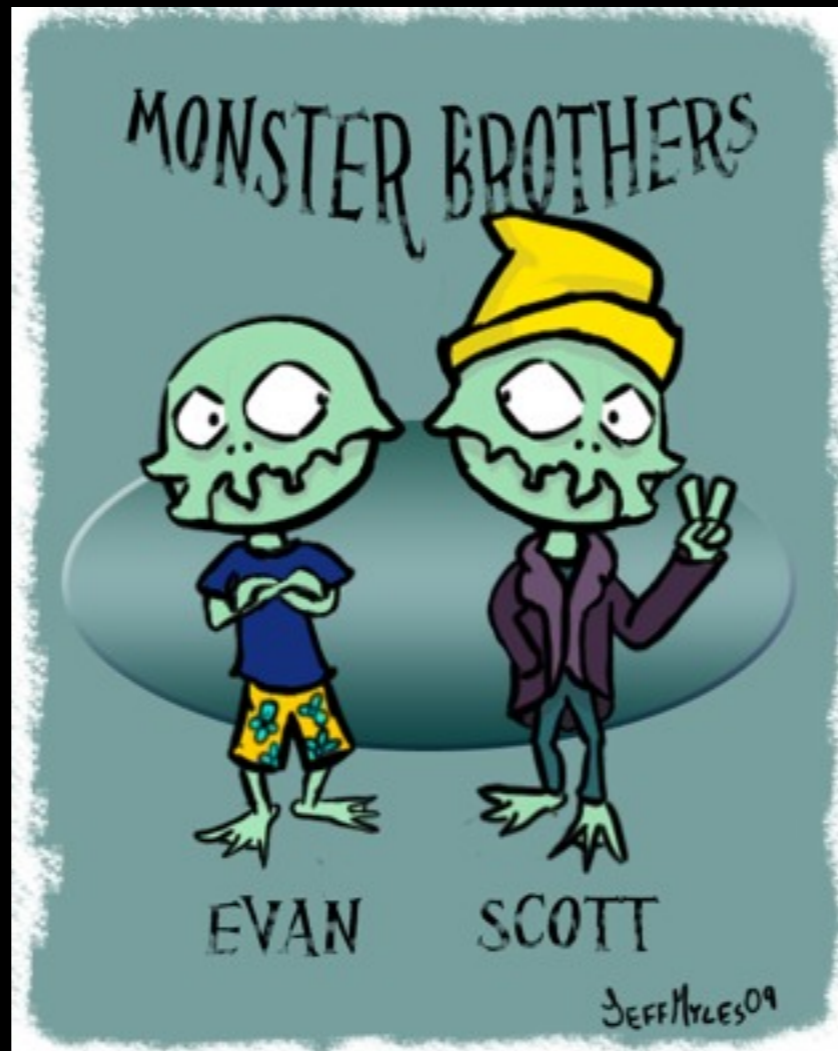
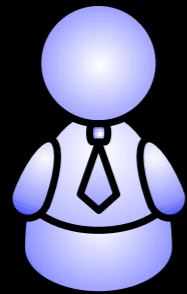
1. définir un concept en invoquant une *plus petite* version de lui-même
2. Répéter jusqu'à arriver à un concept de base, très simple



Récurtivité en utilisant “votre petit frère”

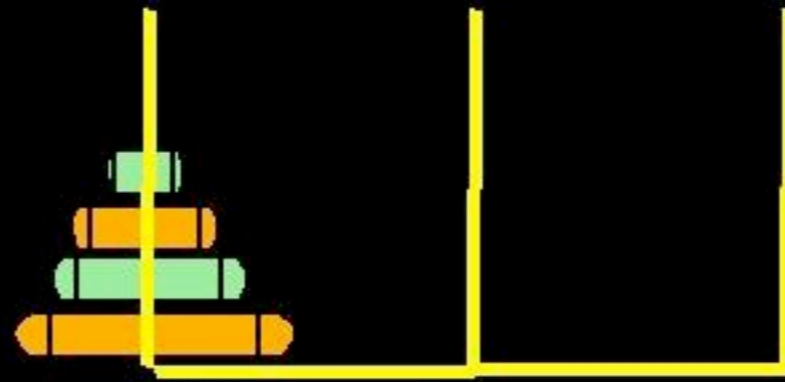


Récurtivité en utilisant “votre petit frère”

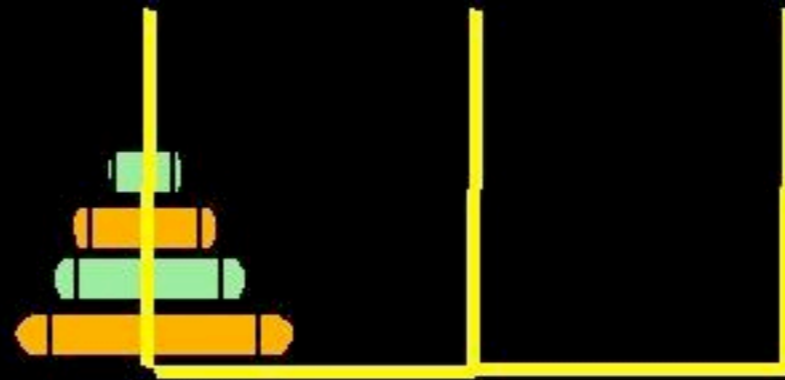


Comment puis-je
résoudre le problème
des Tours de Hanoi ?

4 disques c'est
beaucoup !

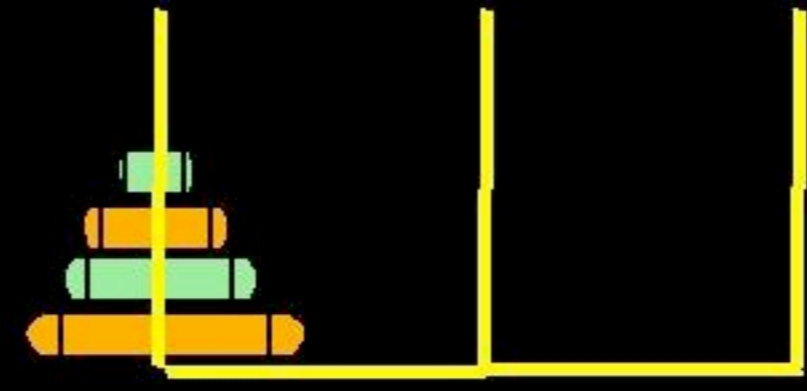


Je demande l'aide de
mon petit frère pour
un problème de
seulement 3 disques



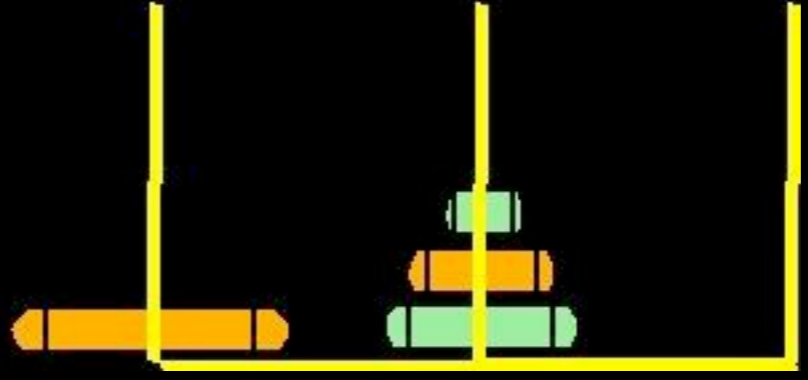
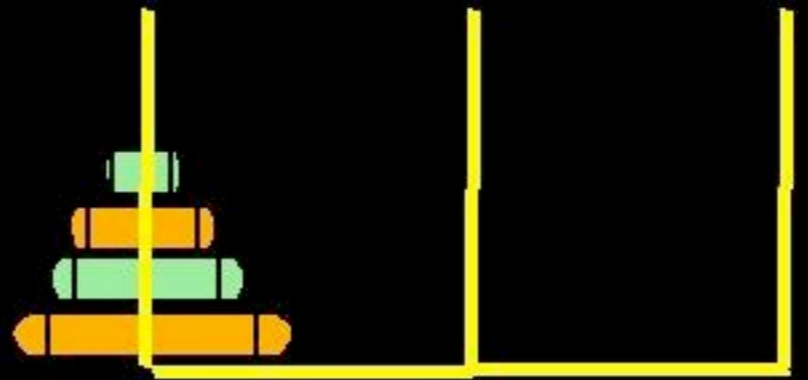


déplace 3



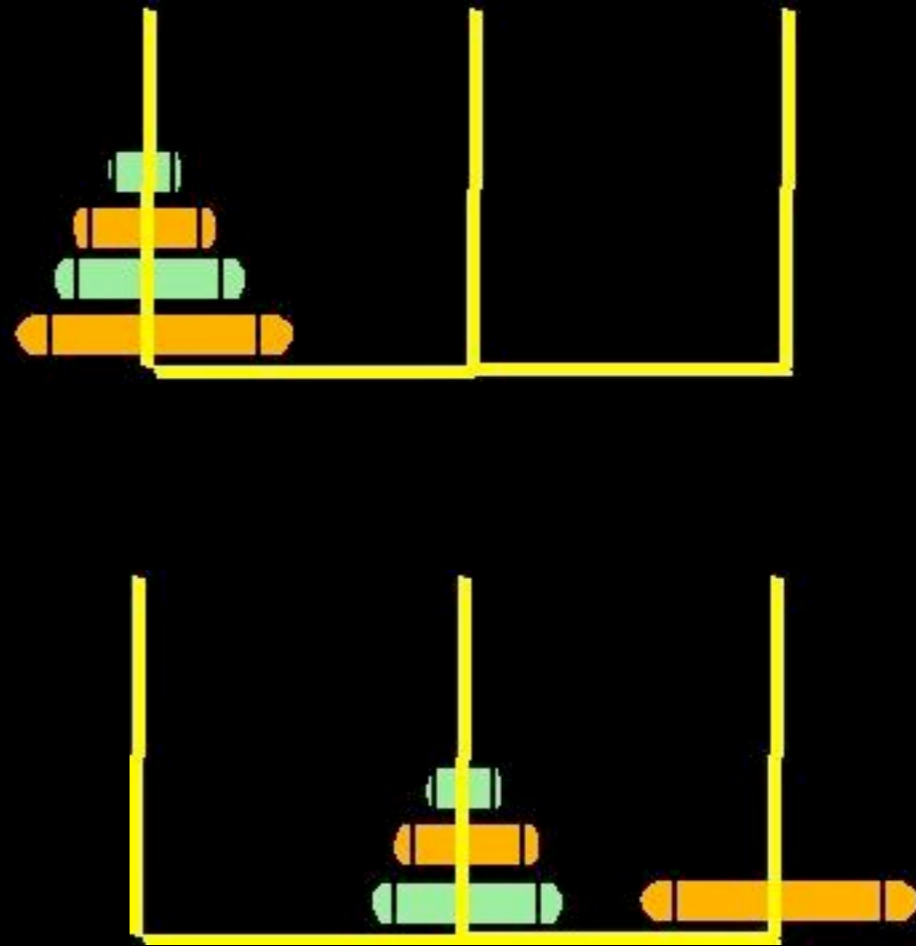


merci !



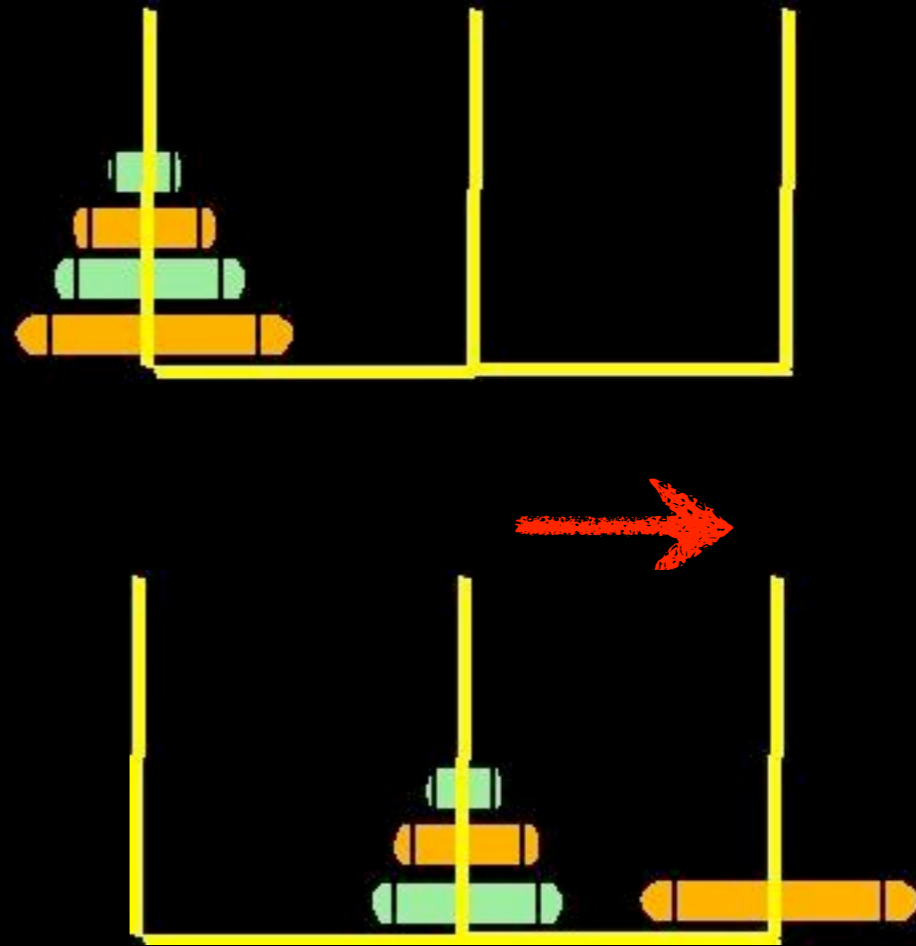


Je déplace 1



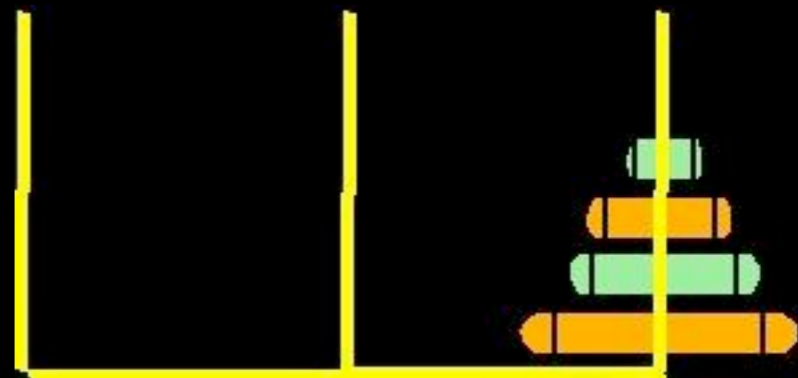
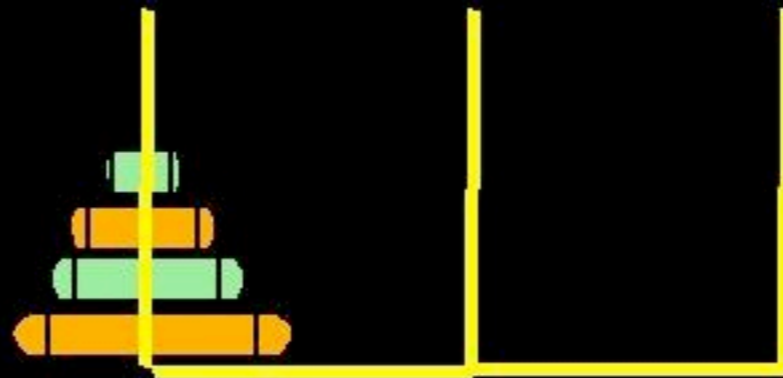


aide moi encore





merci !

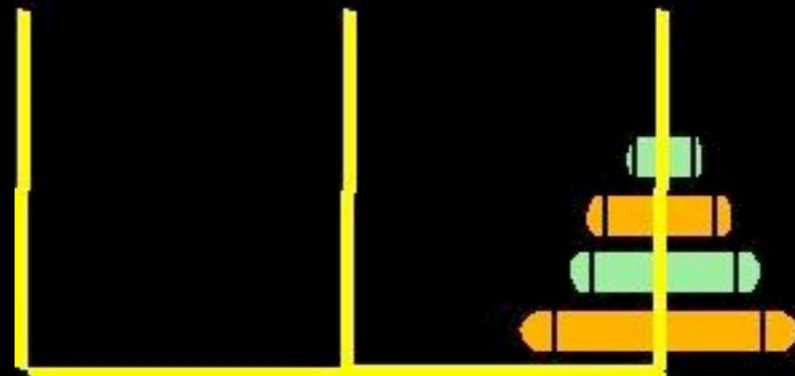
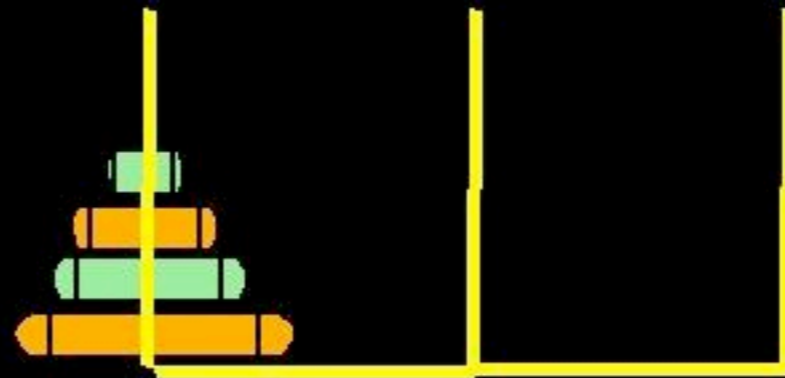




merci !

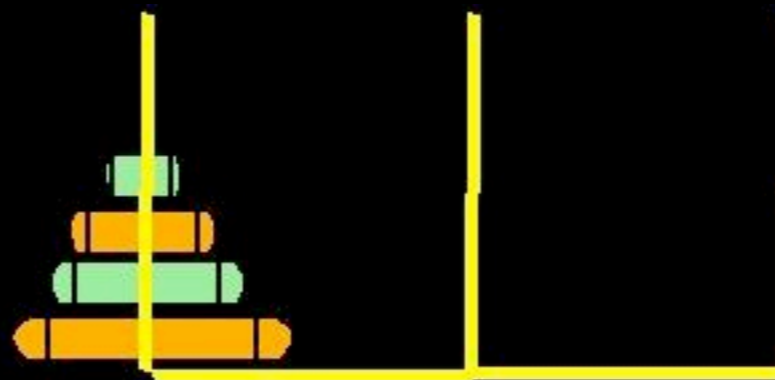


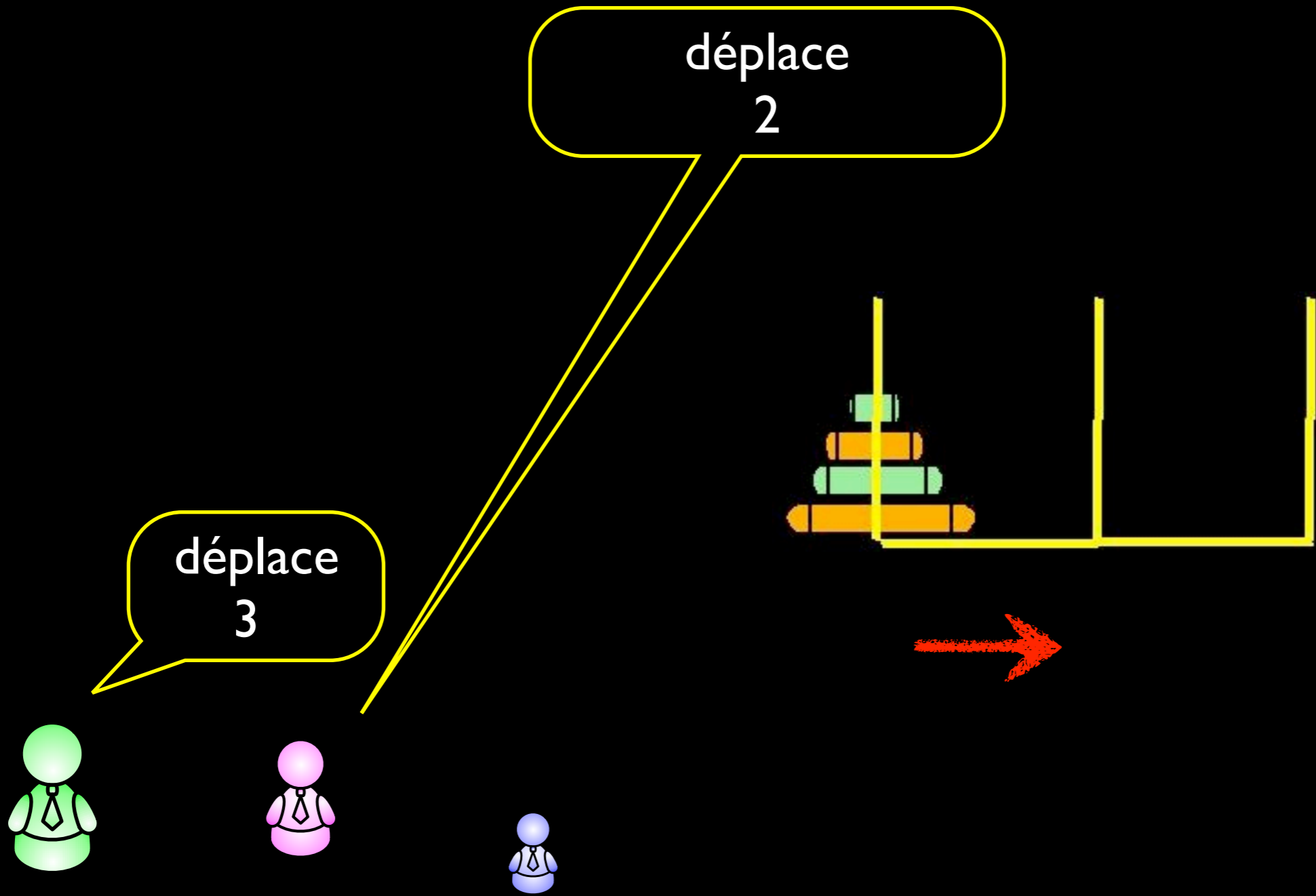
Nous avons fini !

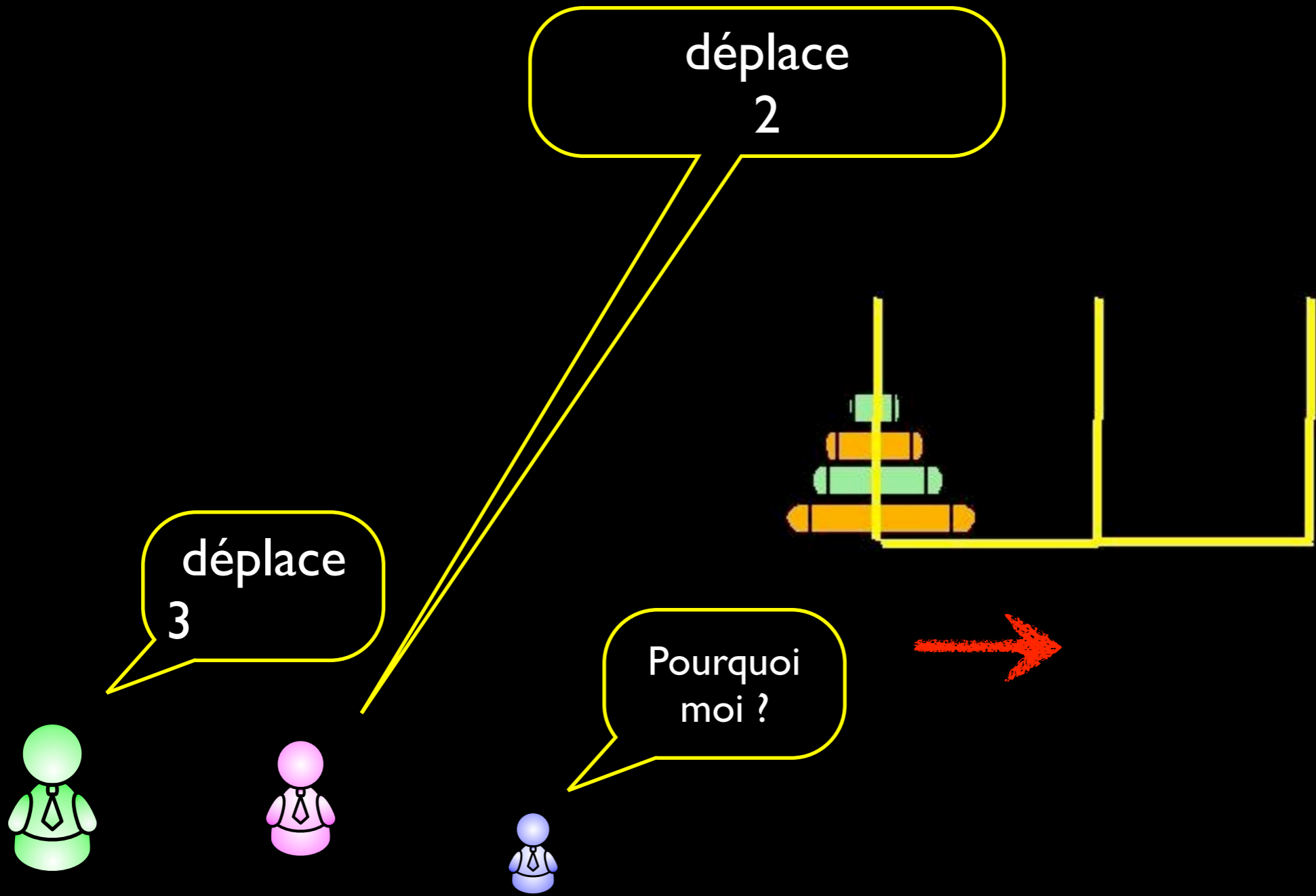


Comment faire ?

déplace
3



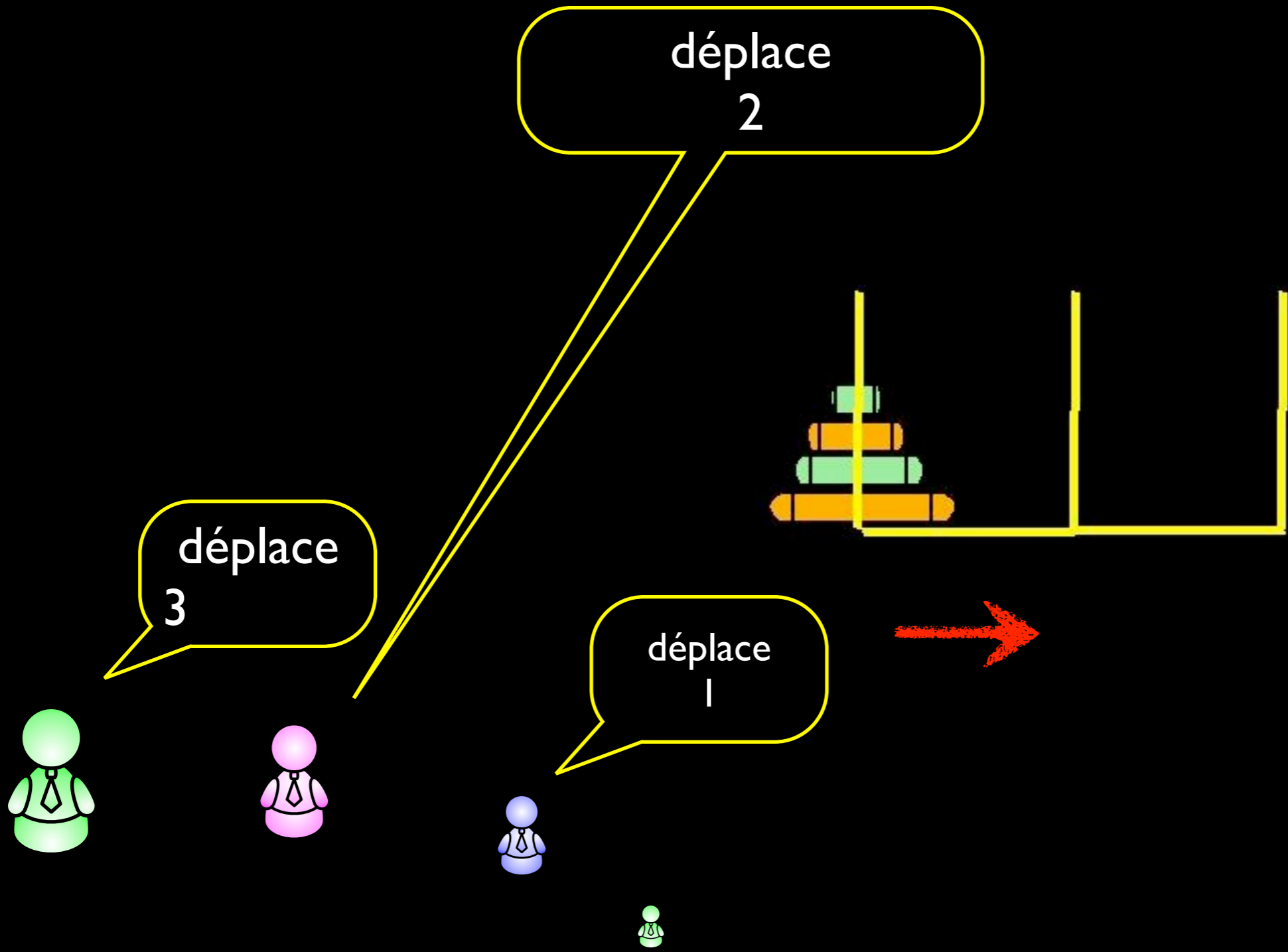


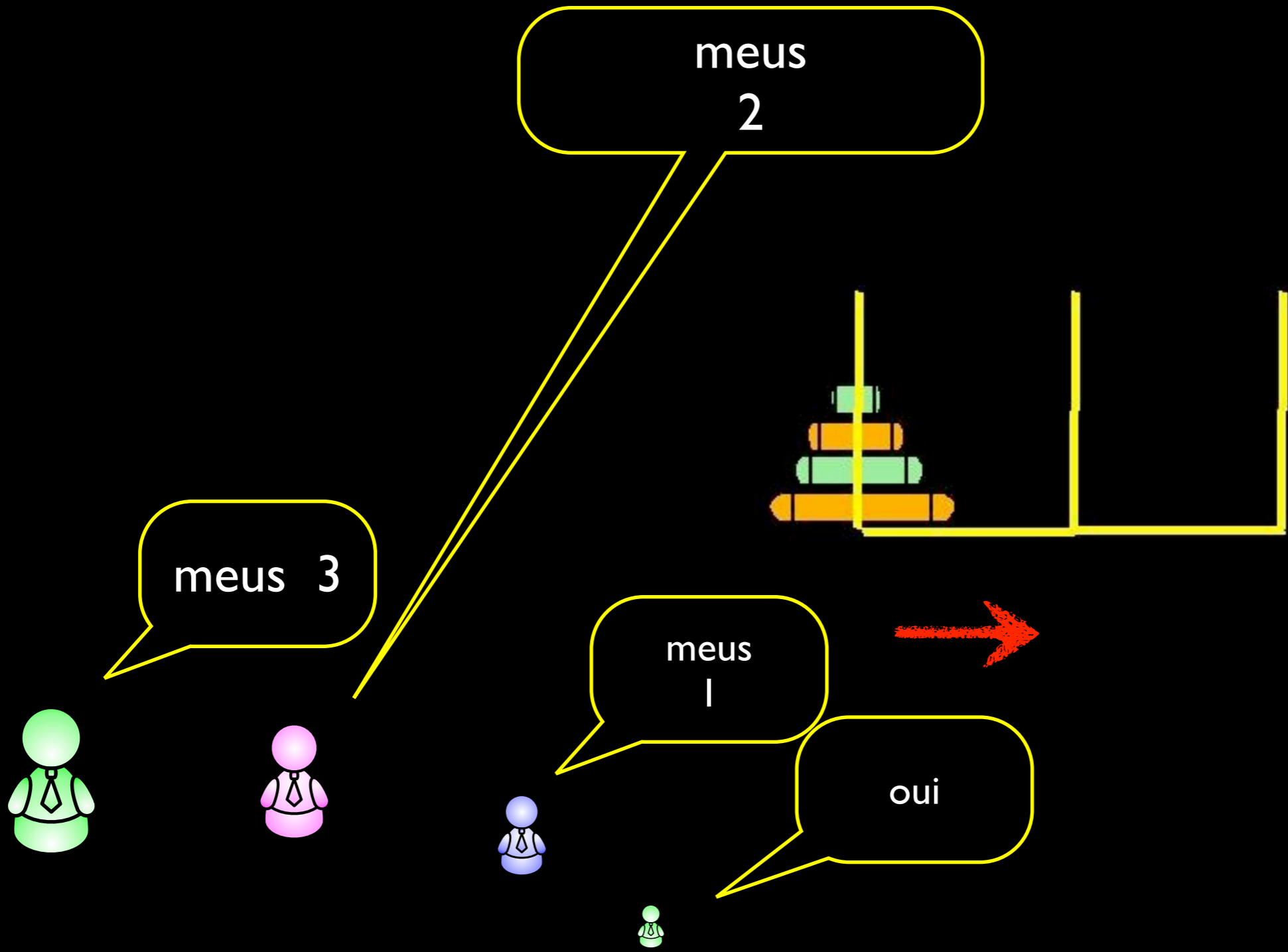


déplace
2

déplace
3

Pourquoi
moi ?





Essayez vous même !

Essayez vous même !

Voyons combien de disques nous pouvons
traiter...

Nous avons résolu
un problème
d'informatique,

sans
ordinateurs

A stylized image of the Earth, rendered in shades of blue and purple, set against a black background. A bright blue light source is positioned behind the Earth, creating a lens flare effect with several overlapping blue circles. The word "IMAGINE" is written in a white, serif font across the center of the Earth.

IMAGINE



Merci de votre attention

